

## 10. РЕЗЮМЕТА НА ПУБЛИКАЦИИТЕ

### 5. РЕЗЮМЕТА НА ПУБЛИКАЦИИТЕ ЗА УЧАСТИЕ В КОНКУРСА ЗА ДОЦЕНТ

**5.1.** Показано е едно ново доказателство на теоремата на Понселе за четириъгълниците и са отбелязани някои свойства, като са следствия от това доказателство.

**5.2.** Разгледани са обобщения на една задача от международната олимпиада по математика през 2010 г. С тези обобщения се изразяват някои нови забележителни свойства на триъгълника във връзка с описаните му конични сечения.

**5.3.** Открити са две забележителни точки за триъгълника и са намерени техни обобщения, свързани с конични сечения. Във връзка с тези точки и конични сечения се построява ново изображение в равнината на триъгълника, което обобщава класическите изогонално и изотомично изображения.

**5.4.** Направено обобщение на една задача от международната олимпиада по математика през 2011 г. При това обобщение се отбелязват нови забележителни свойства на триъгълника. В доказателствата на приведените твърдения се прилагат геометрични конструкции, с които се облекчават по-нататъшните аналитични пресмятания.

**5.5.** Направено обобщение на една задача от международната олимпиада по математика през 2011 г. При това обобщение се отбелязват нови забележителни точки и свойства на триъгълника. В доказателствата на приведените твърдения се прилагат геометрични конструкции, с които се облекчават по-нататъшните аналитични пресмятания.

**5.6.** Направени са обобщения на две задачи от международната олимпиада по математика през 2010 г. С тези обобщения се изразяват някои нови забележителни свойства на триъгълника във връзка с описаните и вписаните му конични сечения.

**5.7.** Обобщават се елементи от теорията на линейното програмиране във връзка с екстремални задачи в области, заградени от конични сечения.

**5.8.** Открити са специални свойства на обобщена точка на Нагел и права на Нагел за триъгълника, произтичащи от някои специални свойства на класическите точка и права на Нагел. Тези точки и прави са свързани със свойствата на вписаните в триъгълника конични сечения. Някои от тези свойства имат отношение към обобщаването в **5.13** на две задачи, публикувани в сп. „Математика плюс“, което дава възможност за прилагане на общ подход при доказване на обобщенията на тези задачи.

**5.9.** Открити са някои свойства на ортоцентъра на вписания в окръжност четириъгълник. След това по естествен начин се прехвърля мост към тетраедъра и се открива една забележителна сфера за ортоцентричния тетраедър, разгледана в **5.20**.

**5.10.** Показани са приложения на теоремата на Понселе за четириъгълниците, представена в **5.1**, за откриване и описване на геометрични места в равнината на четириъгълника. Отбелязани са различни по вид геометрични места – точка, права и окръжности.

**5.11.** Намерени две нови интересни неравенства между елементи на триъгълника във връзка с обобщаването на класическото неравенство на Юнг.

**5.12.** Доказано е, че нулите на производната на полином с корени във върховете на триъгълник са разположени във фокусите на вписаната в триъгълника елипса, която се допира до средите на страните му.

**5.13.** Показани са обобщения на две задачи, публикувани в сп. „Математика плюс“. Прилага се общ подход при доказване на тези обобщения.

**5.14.** Описан е нов подход за търсене на геометрични обобщения с помощта на компютър и по-точно с програмата “The Geometer’s Sketchpad”.

**5.15.** Описано е множеството на центровете на вписаните конични сечения за произволен четириъгълник. Разгледани са и някои свойства на тези центрове в специални случаи.

**5.16.** Описано е множеството на центровете на описаните конични сечения за произволен четириъгълник. Разгледани са и някои свойства на тези центрове в специални случаи.

**5.17.** Намерени са обобщения на някои известни равенства от геометрията на правилните многоъгълници и по естествен начин е пренесена идеята за намиране на подобни релации за правилни многостени.

**5.18.** Намерено е едно обобщение на известна теорема на Тебо от геометрията на триъгълника във връзка с Ойлерови прави и Ойлерова крива.

**5.19.** Във връзка с Ойлеровите криви е показано едно ново свойство на Ойлеровите окръжности на триъгълниците, определени от четири произволни точки в равнината.

**5.20.** Открита е една забележителна сфера за ортоцентричния тетраедър. Получава се като естествено продължение на резултатите, получени в **5.9**.

**5.21.** Показани са евристичните възможности на програмата “The Geometer’s Sketchpad” за обобщаване на метрични зависимости между елементи на четириъгълника.

**5.22.** Открити са две забележителни точки за триъгълника и са намерени техни свойства. Тези резултати са в основата за търсене на обобщенията, описани в **5.3**.

## **6. СПИСЪК НА ПУБЛИКАЦИИТЕ ПО ДИСЕРТАЦИЯТА**

**6.0.** Описани са основните резултати, получени в дисертацията „Формиране на изследователски умения по математика с помощта на информационни технологии“.

**6.1.** Показано е пълното решение на една задача, публикувана в брой 4 на списание Математика и информатика от 1995 г. С полученото решение се подобрява резултатът на

автора на задачата А. Симеонов. То дава възможност да се направят подходящи изводи и да се опише едно геометрично място в равнината.

**6.2.** Разгледано е проективно обобщение на една класическа задача, наречена „Задача за пеперудата“. Показани са връзките на разгледаното обобщение с някои други нейни обобщения на „Задачата за пеперудата“.

**6.3.** Намерено е обобщение на теоремата на Шифлер. Направено е подробно описание на частните случаи на това обобщение. Показани са редица геометрични места в равнината на триъгълника, произхождащи от обобщението.

**6.4.** Описано е обобщение на класическата теорема на Фойербах от геометрията на триъгълника. Обобщението свързва четворки, вписани за даден триъгълник, централни конични сечения със съответно, описано за триъгълника, централно конично сечение. За всяка комбинация от такива пет конични сечения е определено, допиращо се до всяко от тях, конично сечение, наречено Ойлерова крива. Разгледан е и случая с параболите.

**6.5.** Разгледани са свойства на комбинации от конични сечения, свързани с различни многоъгълници. Тези свойства са групирани в етюд за триъгълник, етюд за четириъгълник, етюд за петъгълник и етюд за шестоъгълник. Откритите свойства са доказани само с проективни средства, с което е представена проективната същност на коничните сечения.

**6.6.** Описани са геометричните места на точките, изогонално спрегнати на точки спрямо даден триъгълник, описващи права и крива от втора степен. Разгледани са някои специални случаи, когато точка описва крива от втора степен. Направена е класификация на геометричните места, когато точка описва права.

**6.7.** Показани са обобщения на една теорема на руските математици Л. Емелянов и Т. Емелянова. Намерени са някои интересни следствия, които водят до уточнения на други известни теореми от геометрията на триъгълника.

**6.8.** Разгледано е обобщение на известните изогонално и изотомично изображения в равнината на триъгълника. Посредством специална геометрична конструкция свойствата на обобщеното изображение се получават от резултатите, получени в **6.6**.

**6.9.** Намерено е обобщение на една задача от 48-та международната олимпиада по математика, свързано с описаните за триъгълник конични сечения. В случай на парабола е получен специален резултат.

**6.10.** Разгледан е един специален клас от многоъгълници, които са вписано-описани за специални концентрични елипси. Получени са някои свойства на многоъгълниците, породени от афинните свойства на елипсите.

**6.11.** Намерени са едно обобщение и един вариант на известната от геометрията на триъгълника теорема на Симсън. Доказаните теореми са свързани с описаните около триъгълника централни конични сечения.

**6.12.** Описано е едно равенство, отнасящо се до описаните около конично сечение многоъгълници. На базата на това равенство е разгледана логиката на откриване и обобщаване на едно твърдение по схемата на Пойа.

**6.13.** Няколко известни теореми от геометрията на триъгълника са обобщени в едно твърдение. Показано е едно кратко доказателство на това твърдение.

**6.14.** Показани са различни обобщения на една задача от международната олимпиада по математика през 2008 г. Обобщенията са свързани с конични сечения и педални окръжности. Разгледани са и варианти на първоначалната задача, подсказани от намерените обобщения.

**6.15.** Описани са обобщения на известните в геометрията на триъгълника права на Ойлер и окръжност на Ойлер. Тези обобщения са свързани с описаните около даден триъгълник конични сечения. За получените, като обобщения, права на Ойлер и крива на Ойлер са отбелязани редица свойства, които съответстват на добре известните в класическата ситуация.

**6.16.** Отбелязано е едно свойство на описаните около даден триъгълник централни конични сечения. Това свойство е свързано с Ойлеровите криви, отбелязани в **6.15**.

**6.17.** Подробно са описани и доказани резултатите, отбелязани в **6.15**. Специално внимание е отделено на описаните за триъгълник параболи.

**6.18.** В резултат от намереното в **6.4** обобщение на теоремата на Фойербах са разгледани обобщения на други класически теореми от геометрията на триъгълника. Получени са редица общи свойства на триъгълника, свързани със забележителни точки и прави. Описани са забележителни криви от втора и трета степен в равнината на триъгълника.

## **7. УЧЕБНИТЕ ПОСОБИЯ**

**7.1.** В основата на тази книга стои една задача, равитието на идеите около която водят до откриване на различни нови забележителни обекти в равнината на триъгълника. В тази книга е разработена методически основната техника за използване на барицентричните координати за доказване на геометрични твърдения.

**7.2.** В основата на тази книга стои една задача, равитието на идеите около която водят до откриване на различни нови забележителни обекти в равнината на триъгълника, на четириъгълника и на тетраедъра. В тази книга е разработена методически основната техника за използване на барицентричните координати в равнината и пространството. Същевременно е разработена методически и техника за използване на комплексните числа за доказване на геометрични твърдения.

**7.3.** В книгата са систематизирани теми от различни математически области с помощта на учители. Основните области, в които са развити темите са: комбинаторика, алгебра, геометрия, приложения на комплексните числа в геометрията.