



# ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ-ГАБРОВО

Факултет „Машиностроене и уредостроене“

Фотини Григориос Когиа

Изследване и подобряване точностните характеристики на средства за измерване на енергиен капацитет

## А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

на дисертация

за придобиване на образователна и научна степен „доктор“

Област на висше образование: Технически науки

Професионално направление: 5.1 Машинно инженерство

Докторска програма: Метрология и метрологично осигуряване

Габрово, 2019 г.



# ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ-ГАБРОВО

Факултет „Машиностроене и уредостроене”

Фотини Григориос Когиа

Изследване и подобряване на точностните характеристики на средства  
за измерване на енергиен капацитет

## А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

на дисертация

за придобиване на образователна и научна степен „доктор”

Област на висше образование: Технически науки

Професионално направление: 5.1 Машинно инженерство

Докторска програма: Метрология и метрологично  
осигуряване

Научни ръководители: проф. д.н. инж. Димитър Андонов Дичев  
доц. д-р инж. Генади Цветанов Цветанов

Рецензенти: доц. д-р инж. Илия Славов Железаров  
доц. д-р инж. Димитър Иванов Дяков

Габрово, 2019 г.

Дисертационният труд е обсъден и насочен за официална защита на заседание на Разширен катедрен съвет на катедра „Машиностроене и уредостроене” към факултет „Машиностроене и уредостроене” на Технически университет – Габрово, проведен на 27.06.2019 г.

Дисертационният труд съдържа 204 страници. Научното съдържание е представено в увод, 4 глави и включва 75 фигури и 6 таблици. Цитирани са 141 литературни източника. Номерацията на фигурите, таблиците и формулите в автореферата е в съответствие с тази в дисертацията.

Изследванията по дисертационния труд са извършени в Технологичния институт на Източна Македония и Тракия - Кавала, Гърция.

Официалната защита на дисертационния труд ще се състои на ..... Г.  
от ..... ч. в зала 2414 на Технически университет – Габрово.

Автор: Фотини Григориос Когиа  
Заглавие: Изследване и подобряване на  
точностните характеристики на средства за  
измерване на енергиен капацитет  
Тираж: 30 бр.  
Място на отпечатване: Печатна база при  
ТУ-Габрово

# I. ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

## Актуалност на проблема

Характерна особеност на съвременния етап от развитието на измервателната техника е разширяването на възможностите на измервателните средства по отношение на бързодействието и обема на обработваната информация, което се основава преди всичко на изключително бързото развитие на микропроцесорната и компютърната техника. Интегрирането на възможностите на последните към измервателните средства дава възможност за реализиране на редица алгоритми, свързани с подобряване качеството на измервателната информация. Тези алгоритми могат да се основават на математически модели, позволяващи както разширяването на вида на измервателната информация, така и повишаването на точността на измерване.

От друга страна обаче, съставянето и приложението на подобни алгоритми е възможно само въз основа на свойствата на основните метрологични характеристики на измервателните средства. Една от тези метрологични характеристики, имаща важно значение в измервателната теория и практика, е статичната характеристика на средствата за измерване. Тази характеристика оказва основно влияние при формирането на резултата от измерване, защото може да бъде разглеждана като изходна величина, фокусираща в себе си резултатите от повечето действителни свойства на измервателните уреди, включително и точностните характеристики. Ето защо статичната характеристика има съществено значение както за етапа на проектиране на измервателните средства, така и за етапа на тяхната експлоатация.

Съчетаването на свойствата на статичната характеристика и възможностите на съвременните микропроцесорни измервателни средства дава нови перспективи за повишаване на точността на измерване. Всичко това има важно значение при уредите за калориметрични измервания, поради влиянието върху формирането на резултата на редица случайни фактори, предизвикани от взаимодействието на няколко разнородни величини, които участват в измервателните процедури на този вид уреди.

Във връзка с това особена актуалност придобиват задачите, свързани разработване на подходящи модели и алгоритми за оценка и корекция на грешките при този вид измервателни средства. Особени перспективи в това отношение имат алгоритмите за работа в реално време, адаптирайки се към обхвата на конкретните измервания и текущите стойности на действителната статична характеристика.

## Цел и задачи на дисертационния труд

**Цел:** Изследване на възможностите за използване на методи от числовата апроксимация при провеждане на калориметрични измервания с оглед създаване на подходящи модели и алгоритми за оценка и корекция на грешките при този вид измервателни средства.

За изпълнение на формулираната по-горе цел е необходимо да бъдат решени **следните задачи:**

1. Да се проведе анализ на елементите на процеса на измерване на топлинен капацитет, техните взаимовръзки и характеристики с цел използване на получените резултати при създаване на точни и пълни теоретични модели, необходими за решаване на задачите, свързани с изпълнение на декларираната цел.

2. Да се разработят математическите модели за определяне и изследване на грешките при калориметрични измервания въз основа на свойствата на методите, които се използват при този вид измервания, както и на базата на статистическите характеристики на входно-изходните величини, присъщи на тези уреди.

3. Да се изследват свойствата на статичната характеристика с оглед използването ѝ като основна функция при разработване на моделите и алгоритмите за оценка и корекция на грешките при средствата за калориметрични измервания.

4. Да се разработи математичния модел на средство за измерване в статичен режим въз основа на свойствата на статичната характеристика и да се анализират методите за числова апроксимация в контекста на поставената цел.

5. Да се формулират задачите, които трябва да бъдат решени за построяване на статичната характеристика и определяне на грешката от нелинейност, както и условията и методите за тяхното решаване.

6. Да се състави математичния апарат, необходим за построяването на номиналната статична характеристика, както и за определяне и изследване на абсолютната грешка от нелинейност, по метода на максималната приведена грешка.

7. Да се разработи математичния модел за построяване на статичната характеристика чрез използване на статистически методи, включени в реално време в конкретните измервателни алгоритми, с цел отстраняване или намаляване на стойностите на грешката от нелинейност.

8. Да се проведат експериментални изследвания за потвърждаване на получените теоретични резултати и постановки и установяване на съответните изводи и констатации.

### **Методи на изследване**

Теоретичните изследвания се базират на основните постановки в теория на метрологията и измервателната техника, теория на вероятностите и математическата статистика. За решаване на поставената цел е избран традиционния подход (подход на грешката) като основен принцип за установяване на точкова оценка на грешката при съставяне на моделите и методите за изследване. Поради спецификата на калориметричните измервателни средства, в работата е използван математическият апарат на косвения метод на измерване. Разработените в дисертацията модели и алгоритми за оценка и корекция на грешките на средствата за калориметрични измервания се основават на методът на най-малките квадрати и методът на най-малките модули. Алгоритмите за програмно решаване на задачите за построяване на статичната характеристика и определяне на грешката от нелинейност са създадени в средата на приложния програмен пакет Mathcad. Резултатите от проведените експериментални изследвания са оценени чрез статистически методи.

### **Научна новост**

В резултат на извършената теоретична и експериментална работа, свързана с решаването на поставените в дисертацията цели и задачи, са постигнати следните резултати с научно-приложна стойност:

1. Формулирано е ново дефиниционно понятие на една от основните характеристики в теория на статичните измервания, а именно - статичен режим на измерване, което е изведено въз основа на анализа на съставените математични модели, дефиниращи измервателните режими, както и условията, които ги обуславят.

2. Съставен е математичният апарат, необходим за построяването на номиналната статична характеристика по метода на най-малките модули и определяне както на абсолютната грешка от нелинейност, така и на максималната приведена грешка.

3. Разработен е математичният модел за построяване на номиналната статична характеристика по вероятностна хипотеза, съгласно която: грешките от апроксимиране на тези стойности от измерваната величина, които са по-вероятни да се случат в обхвата на конкретните измервания, трябва да имат по-малка стойност от тези, които са по-малко вероятни.

4. Разработена е методика за експериментално определяне на действителната статична характеристика на калориметър "Part 6400" и изследване на грешките от нелинейност на статичната характеристика.

## **Приложимост**

Практическата полезност на получените в работата резултати е демонстрирана чрез разработената структурната схема на калориметричните измервания, дефинираща възможно най-всеобхватно участващите елементи и техните взаимовръзки, както и чрез съставения математически модел за определяне и изследване на грешките при този вид измервания въз основа на свойствата и специфичните особености на косвените методи за измерване. Въз основа на разработения математичен модел на изходното звено на калориметричните измервателни средства и метода на най-малките модули са създадени модел и методика за определяне на оптималните стойности на параметрите на теоретичната статична характеристика за този тип уреди. Съставената методика за построяване на номиналната статична характеристика и определяне на грешката от нелинейност според принципа за равноотдалеченост спрямо действителната статична характеристика в границите на зададения диапазон на измерване, разработените модели за построяване на статичната характеристика на измервателните средства по метода на най-малките квадрати за различни диференциални функции на разпределение на измерваната величина, както и обобщените пет модела за изследване са достатъчно универсални за да могат да бъдат използвани при проектиране, изследване и оптимизиране на точностните характеристики в реално време на други видове измервателни средства и системи.

## **Апробация на дисертационния труд**

Общата структура и съдържание на дисертационния труд са обсъдени на разширено заседание на катедра "Машиностроене и уредостроене" при ТУ – Габрово. Отделни части от дисертацията са публикувани в 6 работи, от които 1 статия в списание с *SJR (SCImago Journal Rank - Scopus)* и 5 доклада, презентирани на следните форуми:

1. Международна научна конференция по МТТ "АМТЕХ-16", Габрово, 2016.
2. ННС по "Метрология и метрологично осигуряване", Созопол, 2016.
3. Международна научна конференция на Русенски университет „Ангел Кънчев“, 2018.
4. Международна научна конференция на Технически университет – София, SLIVEN'2019.

## **Структура и обем на дисертационния труд**

Дисертационният труд е структуриран в 4 глави и въведение с общ обем от 204 страници, включващи текст, 75 фигури и 6 таблици. Библиографията обхваща 141 литературни източника, от които 20 на кирилица и 121 на латиница. Изследванията по работата са извършени в лаборатория "Метрология и метрологично осигуряване" към катедра "Машиностроене и уредостроене" на Технически университет - Габрово.

## II. СЪДЪРЖАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

### ВЪВЕДЕНИЕ

Отличителна черта на съвременния етап от развитието на измервателната техника е все по-широкото навлизане на компютърните технологии в реалните измервателни процеси. Това се дължи до голяма степен на изключително бързото развитие на микропроцесорната и компютърната техника по отношение бързодействието и обема на обработваната информация. Интегрирането на възможностите на механичните системи, електрониката и интелигентните компютърни системи дава нови перспективи за изграждане на измервателни средства от ново поколение. Всичко това създава възможности не само за регистриране на измервателните сигнали по координатата на времето, но и за тяхното обработване в реално време в съответствие с ефективни измервателни алгоритми, насочени към увеличаване на качеството, вида и обема на измервателната информация, повишаване на точността на измерване, разширяване на областите на приложение на точните измервания и др.

Във връзка с това в днешно време е особено важно развитието и усъвършенстването теоретичните основи, които да отразяват съвременните тенденции, свързани с активното внедряване на компютърните технологии при разработването на измервателните средства и системи, както и тяхното обезпечаване с ефективни измервателни алгоритми.

При измерванията в статичен режим, една от характеристиките, оказваща основно влияние при формирането на резултата от измерване, е статичната характеристика, защото може да бъде разглеждана като изходна величина, фокусираща в себе си резултатите от повечето действителни свойства на измервателните уреди, включително и точностните показатели. Ето защо статичната характеристика има съществено значение както за етапа на проектиране на измервателните средства, така и за етапа на тяхната експлоатация и в този контекст е основната величина, която е използвана в настоящата работа за оптимизиране на свойствата на изследваните измервателни средства.

В съвременните измервателни средства отклоненията на действителната статичната характеристика могат да бъдат коригирани в цифровата част на уреда, където се реализира съответстващият алгоритъм за изчисляване на резултата от измерване. Разработването на модели и алгоритми за построяване на номиналната статична характеристика възможно най-близко до действителната характеристика дава възможност за значително намаляване на систематичната грешка в резултата от измерване. Особено удачно е тези алгоритми да имат възможност за работа в реално време, адаптирайки се към обхвата на конкретните измервания и текущите стойности на действителната статична характеристика.

Всичко това аргументира необходимостта от създаване на необходимите теоретични постановки в тази област, които могат да бъдат систематизирани в следните три групи: построяване на желаната характеристика при изпълнение на определени критерии за оптималност относно действителната статична функция; разработване на моделите за определяне и изследване на грешките от нелинейност на статичната характеристика; разработване на моделите за корекция в реално време на грешката от нелинейност на статичната характеристика.

Базовият показател на качеството на измервателните средства е тяхната точност. Ето защо, основната цел в настоящата работа е обвързана с този метрологичен показател. Тъй като изследванията в тази работа се базират на свойствата и характеристиките на средствата за измерване на енергиен капацитет, то конкретната цел в дисертацията се състои в създаване на подходящи модели и алгоритми за оценка и корекция на грешките при този вид уреди. Базовата концепция, приета за изпълнение на тази цел, се основава на свойствата на статичната характеристика и възможностите на

съвременните микропроцесорни измервателни системи. Последните позволяват една и съща метрологична задача, например построяването на статичната характеристика в реално време, да бъде решавана при различни първоначални условия. Във връзка с това, основните постановки в работата са разработени въз основа на следните две условия: грешката от апроксимиране не трябва да превишава в нито една точка от целия измервателен диапазон никаква предварително зададена максимална стойност; грешките от апроксимиране на тези стойности от измерваната величина, които са вероятни да се случат в обхвата на конкретните измервания, трябва да имат по-малка стойност от тези, които са по-малко вероятни.

Казаното по-горе обосновава необходимостта от създаване на полезна теоретична база в тази област, основаваща се на теоретичен анализ, експериментални изследвания и статистическа обработка на получените резултати. Тази база ще даде възможност за анализ на статичната точност на средствата за измерване на енергиен капацитет, синтез на такива уреди по структурна схема, параметри и измервателна процедура, както и за корекция в реално време на грешките от нелинейност на статичната характеристика.

## **ГЛАВА I. АНАЛИЗ НА СТАТИЧНИТЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА СРЕДСТВАТА ЗА ИЗМЕРВАНЕ НА ТОПЛИНЕН КАПАЦИТЕТ**

### **1.1. Анализ на измерванията, свързани с определянето на топлинен капацитет**

#### ***1.1.1. Елементи на процеса на измерване на топлинен капацитет***

Измерването, като експериментална процедура, имаща за цел получаване на резултата от измерване, включително и на обсъжданата в тази работа физична величина, се реализира чрез взаимодействието на определена съвкупност от структурни елементи. Към последните се отнасят: измервателната задача; обектът на измерване; принципът, методът и средството за измерване; условията на измерване; субектът; резултатът и грешките, допускани при измерване.

Разработването на точна и пълна структура, свързваща елементите на даден измервателен процес, е първата стъпка за неговия анализ. Неправилно установените взаимовръзки и неоткритите елементи в началния етап на изследване могат да доведат до значителни затруднения в реализацията на проекта, свързан с целта и задачите на тази работа.

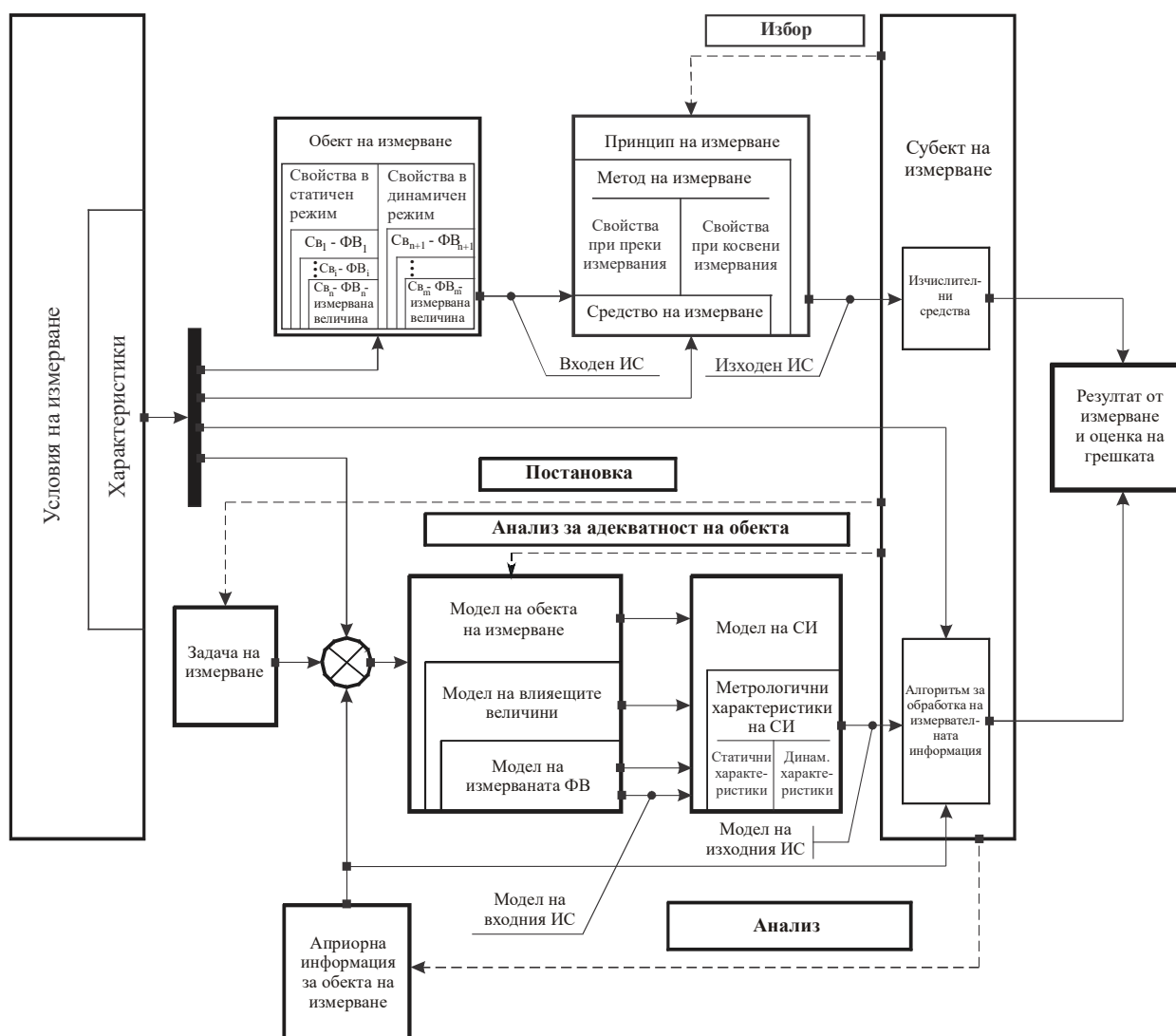
Ето защо първата стъпка при разработване на този дисертационен труд е да се състави структурна схема (фиг.1.1), която дефинира елементите, както и техните взаимовръзки, за процеса на измерване на топлинен капацитет.

Както се вижда от фиг.1.1 характеристиките на елементите, участващи в измерването, и техните взаимовръзки, влияят върху резултата от измерване. Тогава, математическият модел на формирането на резултата от измерване, адекватното отразяващ измервателния процес, трябва да отчита влиянието върху резултата на всички тези структурни елементи, участващи в измерването. Свойството на обекта, което е задача за определяне при калориметричните измервания, е количеството топлина, отделена при изгарянето на съответното вещество. Самата технология на изгаряне, използвана като част от измервателната процедура в уреда, предполага съществено влияние на процеса на взаимодействие на обекта със средата и средството за измерване върху точността на резултата от измерване. Ето защо тези смущения е необходимо да бъдат взети под внимание в коригиращите процедури на изходните характеристики на уредите или в техните коефициенти на чувствителност, което ще бъде основна задача в настоящата работа.

В най-общия случай принципът на измерване в калориметрията може да бъде дефиниран по следния начин: промяната на състоянието (в случая - температурата) на калориметричната система позволява да се измери количеството топлина, въведена в



уред. Въз основа на така определения принцип може да се обобщи, че скоростта на изменение на тези процеси, които предизвикват промяната на измерваната величина, не могат да предизвикат появата на динамична грешка в резултата на измерване. Всичко това дава достатъчно основание калориметричните измервания да бъдат отнесени към групата на измерванията в статичен режим.



Фиг.1.1. Структурна схема на измервателния процес:

СИ – средство за измерване; ИС – измервателен сигнал; ФВ – физична величина; Св - свойство

Цитираният по-горе принцип на измерване в калориметрията предполага необходимост от изчисляване на резултата на измерване в зависимост от получените данни. Последните се получават чрез измерване по преки методи на две величини - температурата на водата ( $T_A$ ), в която е потопена калориметричната бомба и масата на изследваното вещество ( $m_s$ ). Ето защо калориметричните измервания могат да бъдат сведени до косвените методи за измерване.

### 1.1.2. Разработване на модела за пресмятане на грешките при калориметрични измервания в контекста на косвените методи

В практиката съществуват различни видове средства за измерване на топлинния капацитет, които се наричат калориметри. Те могат да бъдат течни и масивни, единични и двойни (диференциални) калориметри. Най-разпространените от тях обаче са течните калориметри, определящи енергийния капацитет на веществата с помощта

на т. нар. калориметрична бомба на Бертло. Общият модел на измерване при тези уреди се задава от уравнението

$$k_c \cdot T_{\Delta} - m_s \cdot GH_s = 0, \quad (1.5)$$

където  $T_{\Delta}$  - нарастването на температурата на водата, в която е потопена калориметричната бомба (измерва се в  $^{\circ}C$ );  $m_s$  - масата на веществото, което се изследва (измерва се в  $g$ , не основна единица в SI, но в тази работа са използвани единиците, в които работят изследваните измервателни средства);  $k_c$  - топлинен капацитет на калориметричната бомба (измерва се в  $cal/^{\circ}C$ );  $GH_s$  - енергиен капацитет на изследваното вещество (измерва се в  $cal/g$ ).

Тъй като величината, която трябва да бъде определена на изхода на измервателното средство е  $GH_s$ , то следва, че функцията на измерване ще има следния вид:

$$GH_s = k_c \cdot \frac{T_{\Delta}}{m_s}. \quad (1.6)$$

В този случай величините, които се измерват по преки методи са температурата на водата  $T_{\Delta}$ , в която е потопена калориметричната бомба, и масата на изследваното вещество  $m_s$ . Двете величини се измерват чрез различни видове измервателни средства и по различно време. Докато измервателната процедура за определяне на масата  $m_s$  се изпълнява и въвежда в началото на метрологичната верига, то тази за измерване на  $T_{\Delta}$  - в нейния край. Следователно, двата аргумента във функцията (1.6) са  $T_{\Delta}$  и  $m_s$ . При тези условия зависимостта (1.6) относно посочените аргументи ще бъде нелинейна, т.е.

може да бъде дефинирана чрез функции от вида  $Y = \prod_{i=1}^n f(X_i)$ .

За обработване на резултатите при нелинейни зависимости между аргументите и некорелирани грешки обикновено се използва методът на линеаризация. Този метод се състои в това, че нелинейната функция, свързваща измерваната величина с аргументите, се разлага в ред на Тейлор, т.е.

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_m) = f(\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \tilde{X}_3, \dots, \tilde{X}_m) + \sum_{i=1}^m \frac{\partial f}{\partial X_i} \cdot \Delta X_i + \tilde{R}, \quad (1.7)$$

където  $\partial f / \partial X_i$  е първата частна производна от функцията  $f$  спрямо аргумента  $X_i$ , изчислена в точките  $\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \tilde{X}_3, \dots, \tilde{X}_m$ ;  $\Delta X_i$  - отклонението на резултата от измерване на аргумента  $X_i$  от неговата средноаритметична стойност;  $\tilde{R}$  - остатъчен член.

Абсолютната грешка при косвените измервания може да бъде определена от израза

$$\Delta = Y - \tilde{Y}. \quad (1.11)$$

Тогава от изведените по-горе уравнения следва, че абсолютната грешка ще бъде равна на

$$\Delta = \sum_{i=1}^m \frac{\partial f}{\partial X_i} \cdot \Delta X_i = \sum_{i=1}^m w_i \cdot \Delta X_i, \quad (1.12)$$

където  $w_i = \frac{\partial f}{\partial X_i}$  е коефициентът на влияние на  $i$ -тия аргумент;  $\Delta X_i$  - абсолютната

грешка, допусната при измерване на  $i$ -тия аргумент;  $w_i \cdot \Delta X_i$  - съставляваща на сумарната грешка от  $i$ -тия аргумент при определяне на резултата от косвеното измерване.

След извършване на необходимите математически операции се получава

$$GH_s = \vartheta = k_c \cdot \frac{\tilde{T}_{\Delta}}{\tilde{m}_s} + \frac{k_c}{\tilde{m}_s} \cdot \Delta T_{\Delta} - k_c \cdot \frac{\tilde{T}_{\Delta}}{\tilde{m}_s^2} \cdot \Delta m_s + \left[ \frac{2 \cdot k_c \cdot \tilde{T}_{\Delta}}{\tilde{m}_s^3} \cdot (\Delta m_s)^2 - \frac{k_c}{\tilde{m}_s^2} \cdot \Delta T_{\Delta} \cdot \Delta m_s \right], \quad (1.15)$$

а абсолютната грешка ще бъде

$$\Delta GH_s = \Delta \mathcal{G} = \mathcal{G} - \tilde{\mathcal{G}} = \frac{k_c}{\tilde{m}_s} \cdot \Delta T_\Delta - k_c \cdot \frac{\tilde{T}_\Delta}{\tilde{m}_s^2} \cdot \Delta m_s. \quad (1.16)$$

Оценката на средноквадратичното отклонение на случайните грешки в резултата при косвените измервания на изследваните в тази работа калориметрични измервателни средства се определя от израза

$$S[\tilde{\mathcal{G}}] = \sqrt{\frac{1}{\tilde{m}_s^2} \cdot S^2(\tilde{T}_\Delta) + \frac{\tilde{T}_\Delta^2}{\tilde{m}_s^4} \cdot S^2(\tilde{m}_s)}. \quad (1.19)$$

Систематичната грешка в резултата при косвените измервания се определя въз основа на систематичните грешки на резултатите, получени при измерване на отделните аргументи.

## **1.2. Характеристика на статичния режим на измерване**

### **1.2.1. Дефиниране на понятието статичен режим на работа**

На базата на направения анализ и изведените условия в дисертацията е дефинирано следното определение за статичен режим на измерване:

*Статичният режим на измерване е такъв режим, при който уредът не е способен да измерва динамиката на входната величина, а динамичната грешка в резултата приема стойности, които могат да бъдат пренебрегнати.*

### **1.2.2. Анализ на статичния режим на измерване**

Разгледани са видовете режими на работа на измервателните средства и техните характеристики. Извършен е сравнителен анализ, чийто резултати са използвани в следващите части от работата за съставяне на конкретни измервателни процедури или при разработване на методики за определяне и/или коригиране на грешките при измерване.

## **1.3. Анализ на статичната характеристика**

### **1.3.1. Обща характеристика**

При извършване на текущите метрологични дейности е особено важно да се знае степента на съответствие на получаваната информация за измерваната величина, съдържаща се в показанията на измервателните средства, и нейната истинска стойност. С тази цел за всяко измервателно средство се въвеждат определени метрологични характеристики.

Едно от метрологичните свойства, имащо важно значение в измервателната теория и практика, е статичната характеристика на средствата за измерване. Тази характеристика оказва основно влияние при формирането на резултата от измерване, защото може да бъде разглеждана като изходна величина, фокусираща в себе си резултатите от повечето действителни свойства на измервателните уреди, включително и точностните характеристики.

### **1.3.2. Анализ на видовете статична характеристика**

В тази част от дисертацията са представени основните видове статични характеристики, техните свойства и математични модели, които са използвани при извежданията и анализа в следващия материал на работата.

### **1.3.3. Анализ на предимствата и недостатъците на линейната статична характеристика**

Статичната характеристика на измервателните средства се определя от зависимостта между информативните параметри на сигналите на входа и изхода на уредите, работещи в статичен режим на измерване. В контекста на съдържанието на тази дефиниция е преобразуван модела на измерване (1.5) на изследваните в тази работа калориметричните уреди в следния вид:

$$T_\Delta = \frac{GH_s}{k_c} \cdot m_s. \quad (1.38)$$

Информативният параметър, който се измерва на изхода на калориметъра е температурата  $T_{\Delta}$ , а информативният параметър на входа е масата на изследваното вещество  $m_s$ . При което отношението  $GH_s/k_c$  представлява константна величина. Следователно моделът (1.38) определя зависимостта между входящия сигнал и съответния изходящ сигнал на калориметъра и дефинира неговата статична характеристика.

Обикновено, измервателните средства имат линейна статична характеристика. Линейният математичен модел на статичната характеристика на измервателните средства се дефинира от два параметъра (параметрите  $A$  и  $B$ ) и е удобна за практическо използване поради редица предимства, най-важните от които са следните:

1. Коефициентите  $A$  и  $B$  имат ясен физически смисъл и лесно се свързват в теоретичен аспект с конструктивните параметри на измервателните средства. При което,  $A$  е коефициентът, характеризиращ изместването на статичната характеристика от нулата, а  $B=k$  е коефициентът на чувствителност на измервателното средство.

2. При линейна статична характеристика процедурата "изключване" на систематичната грешка е съществено опростена, ако са известни оценките  $\tilde{A}$  и  $\tilde{B} = \tilde{k}$  на коефициентите  $A$  и  $k$ .

3. Чрез линейната статична характеристика се осигурява възможност за лесно преобразуване на характеристиките на систематичната грешка в конкретни изисквания към конструктивните параметри на измервателните средства.

4. Линейният модел на статичната характеристика притежава много важното свойство суперпозиция. Суперпозицията осигурява възможност за сумиране на грешки, дължащи се на различни смущаващи фактори, опростява процедурите при провеждане на такива важни за метрологията мероприятия като проверката на измервателните средства и др.

Поради представените по-горе предимства, по-голямата част от измервателните средства притежават линейна номинална статична характеристика. От друга страна обаче, поради наличието на редица инструментални и методични грешки, съществуващи в конструкциите на измервателните средства, както и в следствие от някои смущаващи външни и вътрешни фактори, действителната статична характеристика се различава от идеалната линейна форма. Обикновено действителната статична характеристика има нелинеен вид. Ако не бъдат използвани достатъчно подходящи методики за оптимално построяване на линейната статична характеристика, анализ и корекция на грешките от нелинейност в етапа на синтез на съответните измервателни средства, може да се стигне до недопустимо големи отклонения на точностните им характеристики.

#### **1.4. Обща характеристика на уредите за калориметрични измервания**

##### **1.4.1. Особенности и технически характеристики на средствата за калориметрични изследвания**

Разгледани са особеностите и техническите характеристики на калориметър "Pan 6400", използван за експерименталните изследвания в тази работа.

##### **1.4.2. Анализ на точността на измерване**

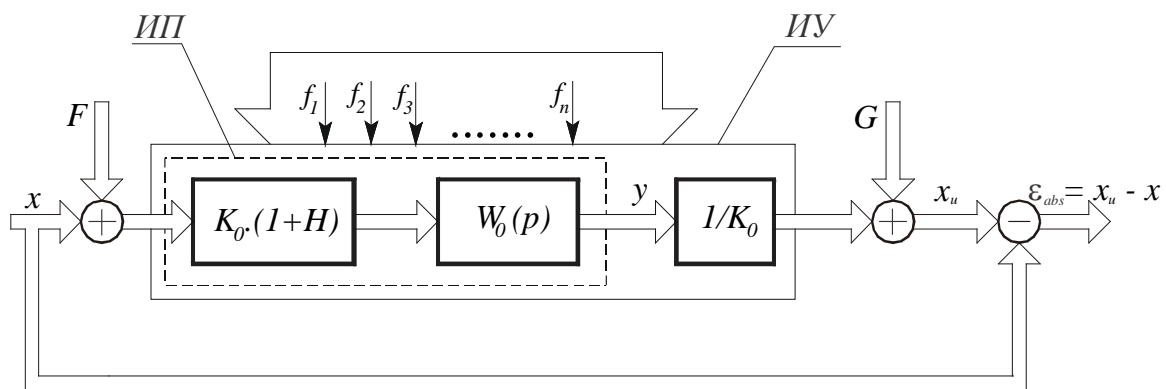
Тъй като калориметричните измервания по своята същност обикновено представляват косвени методи за измерване, то и моделът на тяхната грешка съответства на особеностите при формиране на грешките в резултата, характерни за този метод. Разработеният в този контекст модел (1.16) на грешката на измерване обаче е дефиниран преди всичко спрямо точностните процеси на входно-изходните измервания. По този начин в модела (1.16) не са взети предвид редица "вътрешни" за калориметричния уред процеси, които влияят върху формирането на сумарната грешка. Ето защо в тази част от работата е приет по-различен подход за разработване на модела

на грешката на измерване, даващ възможност за по-всеобхватен анализ на величините и процесите, влияещи върху образуването на сумарната грешка.

Линеаризираната структурна схема, поясняваща формирането на абсолютната грешка в резултата от измерване, е показана на фиг.1.7. В тази схема с  $x$  е отбелязана измерваната физична величина, моментните стойности на която се дефинират чрез нестационарна случайна функция на времето, т.е.

$$x(t) = m_x + m_x(t) + \overset{0}{X} + \overset{0}{X}(t), \quad (1.42)$$

където  $m_x$  – постоянна величина;  $m_x(t)$  – детерминирана функция на времето;  $\overset{0}{X}$  – центрирана (с нулево математическо очакване) случайна величина;  $\overset{0}{X}(t)$  – центрирана случайна функция на времето.



Фиг.1.7. Структурна схема за образуване на статичната грешка чрез привеждане към входа и изхода

Схемата от фиг.1.7 е обща за оценка на грешката както за измервателното средство, в случая - калориметъра, така и за измервателния преобразувател. В конкретната схема под понятието измервателен преобразувател се разбира уредът на изхода, измерващ температурата на водата, чийто характеристики оказват най-съществено влияние върху точността на измерване. С непрекъснатата линия е маркирана тази част от схемата, която определя еквивалентната структурна схема на измервателния уред. При което  $x_u$  е показанието на уреда, а  $\epsilon_{abs} = x_u - x$  е абсолютната грешка в резултата от измерване. Ако целта на анализа е да се изследва грешката на измервателния преобразувател, то определящата част от структурната схема ще бъде тази, която е ограничена с прекъснатата линия. В този случай  $y$  е изходната величина за измервателния преобразувател,  $x_u$  е изходната величина за измервателното средство, която с известни уговорки може да се разглежда като изходна величина на преобразувателя, приведена към неговия вход, а  $\epsilon_{abs} = \Delta x = x_u - x$  е абсолютната грешка на средството, изразена в единицата на входния сигнал, т.е. абсолютната грешка на уреда, приведена към неговия вход.

Аддитивните въздействия  $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ , действащи на входовете на всички звена от измервателното средство, могат да се заменят с две еквивалентни адитивни въздействия –  $F$ , приложено към входа на уреда, и въздействието  $G$ , действащо на неговия изход. Еквивалентността на тези въздействия означава, че тяхното влияние върху резултата от измерване  $x_u$  е равносилно на действието на всички адитивни смущения  $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ , приложени към входовете на звената от измервателното средство. Ако всички тези смущения се приведат към входа на уреда, то  $F \neq 0$  и  $G = 0$  и, обратно, ако те се приведат към неговия изход, то  $F = 0$  и  $G \neq 0$ .

Всички фактори, водещи до нестабилност на коефициента на чувствителност на измервателното средство се отчитат чрез параметрите на относителната грешка на общия коефициент на чувствителност  $H = \Delta K / K_0$ , където  $K_0$  е номиналната стойност на

коэффициента на чувствителност. Преобразуването на величината  $y$  на изхода на измервателния преобразувател във величината  $x_u$  се осъществява от звеното с предавателен коефициент  $1/K_0$ . При положение, че измервателното устройство е с линейна статична характеристика  $y=K_0 \cdot x$  това преобразуване се изпълнява от скалата на уреда. В настоящата работа това звено се приема за линейно и безинерционно.

С помощта на фиг.1.7 можем да запишем резултата на преобразуване  $x_u$  във вида

$$x_u = (x + F) \cdot (1 + H) \cdot W_0(p) + G. \quad (1.45)$$

Тъй като при статичните измервания  $W_0(p)=1$ , то следва, че:

$$x_u = (x + F) \cdot (1 + H) + G. \quad (1.46)$$

Тогава абсолютната грешка  $\varepsilon_{abs}$  при измерване ще бъде

$$\varepsilon_{abs} = x_u - x = e_A + e_M, \quad (1.47)$$

където  $e_A$  и  $e_M$  са съответно адитивната и мултипликативната съставляващи на грешката.

След извършване на необходимите математически действия се получава

$$\varepsilon_{se} = m_{se} + E_{se}^0, \quad (1.53)$$

където математическото очакване  $m_{se}$  на статичната грешка  $\varepsilon_{se}$  е равно на

$$m_{se} = m_x \cdot m_H + (1 + m_H) \cdot m_F + m_G. \quad (1.54)$$

Във връзка с целите и задачите, поставени в тази работа, е удачно всички вътрешни адитивни смущения  $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$  да бъдат приведени само към изхода на измервателното средство. В този случай е необходимо да се приеме  $m_F = D_F = 0$ . При което се получават изразите

$$m_{se} = m_x \cdot m_H + m_G, \quad (1.57)$$

$$D_{se} = (m_x^2 + D_x) \cdot D_H + m_H^2 \cdot D_x + D_G. \quad (1.58)$$

Представените по-горе математически модели улесняват в значителна степен изчисляването на сумарната грешка при измервателни уреди, работещи в статичен режим. Това е така защото пресмятането на моделите се свежда до определяне на величини и функции, за които в теорията съществува достатъчно точен и пълен математически апарат.

### **1.4.3. Разработване на математическия модел на средствата за калориметрични измервания и построяване на статичната им характеристика**

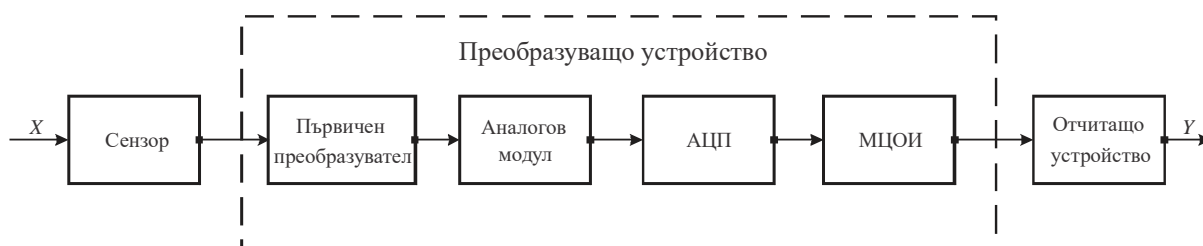
Направеният анализ на характеристиките на калориметричните измервателни средства показва, че в общата им метрологична структура най-голямо значение за формирането на модела на измерване има процедурата, свързана с измерване на температурата на водата в контейнера (водната вана). Тази процедура се явява като изходна по отношение на измервателните процеси в калориметъра, а всички останали могат да бъдат приведени към процедурата за градуиране на този вид уреди, провеждана преди самото измерване. В резултат на градуирането се получава топлинната стойност на калориметъра, т.е. коефициент, с който трябва да се умножи измереното от термометъра изменение на температурата в калориметъра. Това означава, че всички останали процеси в калориметъра могат да бъдат сведени до определянето на един коефициент в етапа преди провеждането на работното измерване.

Ето защо под математичен модел на калориметъра, с известна условност по отношение на фактическите процеси в уреда, но напълно коректно спрямо метрологичните процедури, в тази работа се разбира модела на средството за измерване на температурата. В съответствие с целите и задачите, които са поставени за решаване в тази работа, са разработени структурната схема и математическия модел на терморезисторния термометър за статичен режим на работа.

### 1.5. Анализ на структурата на съвременните измервателни средства относно възможностите за корекция на грешките от нелинейност

В преобладаващата си част съвременните средства за калориметрични измервания са разработени на базата на мехатронния подход. Последният се състои в интегрирането на възможностите на механичните системи, електрониката и интелигентните компютърни системи в общата структура на измервателните средства, даваща възможност за изпълнение на сложни обработващи алгоритми. Всичко това се основава преди всичко на изключително бързото развитие на микропроцесорната и компютърната техника, което води до непрекъснато увеличаване на тяхното бързодействие и обема на обработваната информация.

В контекста на казаното, по-голямата част от съвременните средства за калориметрични измервания са построени въз основа на структурната схема, показана на фиг.1.12.



Фиг.1.12. Структурна схема на измервателно средство

Структурната схема се състои от сензор, подложен на прякото въздействие на измерваната величина, първичен преобразувател, аналогов модул, използван обикновено за усилване и филтриране на сигнала, аналогово-цифров преобразувател (АЦП), модул за цифрова обработка на информацията (МЦОИ) и отчитащо устройство.

Модулът за цифрова обработка дава възможност за реализиране на редица алгоритми, свързани с подобряване качеството на измервателната информация. Тези алгоритми могат да се основават на математически модели, позволяващи както разширяването на вида на измервателната информация, така и повишаването на точността на измерване. Именно чрез този модул могат да се реализират алгоритмите за корекция на грешките от нелинейност.

Ето защо, в съвременните измервателни средства грешката от нелинейност на статичната характеристика се отстранява обикновено в цифровата част на уреда, където се реализира съответстващият алгоритъм за изчисляване на резултата от измерване. Затова като основно условие, свързано с метрологичните свойства на измервателните средства, се разглежда не толкова изискването за линейност на статичната характеристика в апаратната част на уреда, колкото нейната стабилност, т.е. неизменността на тази характеристика в променящите се условия на реалното му използване.

### 1.6. Изводи и констатации

Въз основа на извършения анализ в тази част от работата могат да бъдат направени следните изводи и констатации:

1. Разработената структурна схема на калориметричните измервания, дефинираща възможно най-всеобхватно участващите елементи и техните взаимовръзки, дава възможност за един точен и цялостен анализ в метрологичен аспект с оглед създаване на подходящи модели и алгоритми за оценка и корекция на грешките при този вид измервателни средства.

2. Извършеният анализ въз основа на цитираната по-горе структурна схема показва, че калориметричните измервания могат да бъдат отнесени към съвкупността на измерванията в статичен режим с логическа организация на измервателните процедури,

характерни за косвените методи на измерване.

3. Разработен е математическият модел за определяне и изследване на грешките при калориметрични измервания въз основа на свойствата и специфичните особености на косвените методи за измерване.

4. Въз основа на анализа на моделите, дефиниращи измервателните режими, както и условията, които ги обуславят е разработена следната дефиниция за статичен режим на работа: това е такъв режим, при който уредът не е способен да измерва динамиката на входната величина, а динамичната грешка в резултата приема стойности, които могат да бъдат пренебрегнати.

5. Извършен е анализ на статичната характеристика, от който е установено, че тази функция оказва основно влияние при формирането на резултата от измерване, защото може да бъде разглеждана като изходна величина, фокусираща в себе си резултатите от повечето действителни свойства на измервателните уреди, включително и точностните характеристики.

6. Анализирани са предимствата и недостатъците на линейната статична характеристика с цел уточняване на възможностите за нейното използване в реални модели за оценка и корекция на грешките при калориметрични измервания.

7. Въз основа на съставената структурна схема за формиране на статичната грешка са изведени моделите за нейното пресмятане чрез привеждане към входа и изхода на уреда, а величините, участващи в тези модели могат да бъдат определени по статистически методи.

8. Разработен е математическият модел на изходното звено на калориметричните измервателни средства, оказващ основно влияние при формиране на техните метрологични характеристики. Въз основа на метода на най-малките модули са създадени модел и методика за определяне на оптималните стойности на параметрите на теоретичната статична характеристика за този тип измервателни средства.

9. На базата на извършения анализ на структурата на съвременните измервателни средства е установено, че грешката от нелинейност на статичната характеристика може да бъде отстранена в цифровата част на уреда, където да се реализира съответстващият алгоритъм за изчисляване на резултата от измерване. Затова основното условие в този случай е не толкова изискването за линейност на статичната характеристика в апаратната част на уреда, колкото нейната стабилност, т.е. неизменността на тази характеристика в променящите се условия на реалното му използване.

## ГЛАВА II. АНАЛИЗ НА ГРЕШКИТЕ ОТ НЕЛИНЕЙНОСТ НА СТАТИЧНАТА ХАРАКТЕРИСТИКА

### 2.1. Общи сведения

В тази част от дисертацията е уточнено, че грешката от нелинейност на статичната характеристика на измервателните средства в повечето литературни източници се отнася към групата на методичните грешки. Анализирани са характеристиките на методичните грешки в контекста на целите и задачите в настоящата работа. От друга страна обаче е установено, че нелинейността на статичната характеристика може да се дължи на редица отклонения със случаен характер на параметрите, участващи в конструктивната схема на измервателните средства. Тези отклонения се обуславят от несъвършенствата на средствата за измерване, конструктивно-технологичните им особености и влиянието на външните условия. Тогава, с пълно основание, грешките с този произход могат да бъдат причислени към групата на инструменталните грешки. Този вид грешки имат случайна природа, поради което техният анализ е значително по-сложен, отколкото този на нелинейните грешки, принадлежащи към групата на методичните грешки. Изведено е становището, че най-ефективният способ за отстраняване на грешките от нелинейност на статичната характеристика е чрез тяхното



изключване в края на измервателната верига на съответното измервателно средство. Именно в тази част на уреда могат да бъдат установени и реално определени всички съставки на грешката, формиращи се в поредицата от елементи на измервателната система, образуващи единствения път на сигнала от сензора до изходния елемент.

## 2.2. Анализ на статичната характеристика

Представени са моделите на номиналната и действителната статична характеристики на изследваното измервателно средство. Въз основа на тях е изведен математическият модел на грешката от апроксимиране  $\varepsilon(x; \Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_m)$ , разпределена по определен начин в диапазона на измерване. Този начин се определя от следната матрица на състоянието:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} x_1 & \Delta_{11} & \Delta_{12} & \dots & \Delta_{1m} \\ x_2 & \Delta_{21} & \Delta_{22} & \dots & \Delta_{2m} \\ x_3 & \Delta_{31} & \Delta_{32} & \dots & \Delta_{3m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_k & \Delta_{k1} & \Delta_{k2} & \dots & \Delta_{km} \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

където  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_m$  са отклоненията на действителните стойности на параметрите на измервателното средство.

В явен вид спрямо коефициентите  $q_1, q_2, \dots, q_m$ , функцията, дефинираща грешката от апроксимиране, може да се изрази чрез следната функционална разлика:

$$\varepsilon(x; q_1, q_2, \dots, q_m) = f_r(x; q_1, q_2, \dots, q_m) - f_n(x). \quad (2.8)$$

Формула (2.8) дава възможност за обстоен анализ на грешката от апроксимиране на статичната характеристика, тъй като функцията  $f_n(x)$  може да бъде зададена теоретично.

## 2.3. Математичен модел на средството за измерване, изразен чрез статичната характеристика

Обикновено резултатът от измерване  $Y(x)$  се представя като случаен резултат, получен като функция на измерваната величина  $x$ , т.е. като случайна функция, която може да бъде записана във вида

$$Y(x) = m_y(x) + \overset{\circ}{E}, \quad (2.9)$$

където  $m_y(x) = M[Y(x)]$  - математическото очакване на функцията  $Y(x)$ ;  $\overset{\circ}{E}$  - центрираната съставляваща на резултата от измерване;  $x \in [x_{min}, x_{max}]$ ;  $[x_{min}, x_{max}]$  - граници на измерване с измервателното средство.

Погледнато в детайли относно свойствата на измервателните средства, функцията  $m_y(x)$  може да бъде отъждествена със статичната характеристика. Тъй като моделът (2.9) е написан относно резултата от измерване, то от гледна точка на реалните метрологични процедури следва, че функцията  $m_y(x)$  изразява свойствата на статичната характеристика, получена в резултат на експеримент, т.е.  $m_y(x)$  представлява действителната статична характеристика  $f_r(x)$ .

Имайки предвид математическия модел на праволинейната характеристика, можем да запишем резултата от измерване по следния начин:

$$Y(x) = k \cdot x + a + \overset{\circ}{E} = m_y(x) + \overset{\circ}{E}, \quad (2.14)$$

където

$$m_y(x) = k \cdot x + a - \quad (2.15)$$

- уравнението на линейната статична характеристика на измервателното средство;  $k$  - коефициент на чувствителност;  $a$  - коефициент, характеризиращ изместването на статичната характеристика от нулата.

Въз основа на направения в тази точка анализ са обобщени следните две условия,

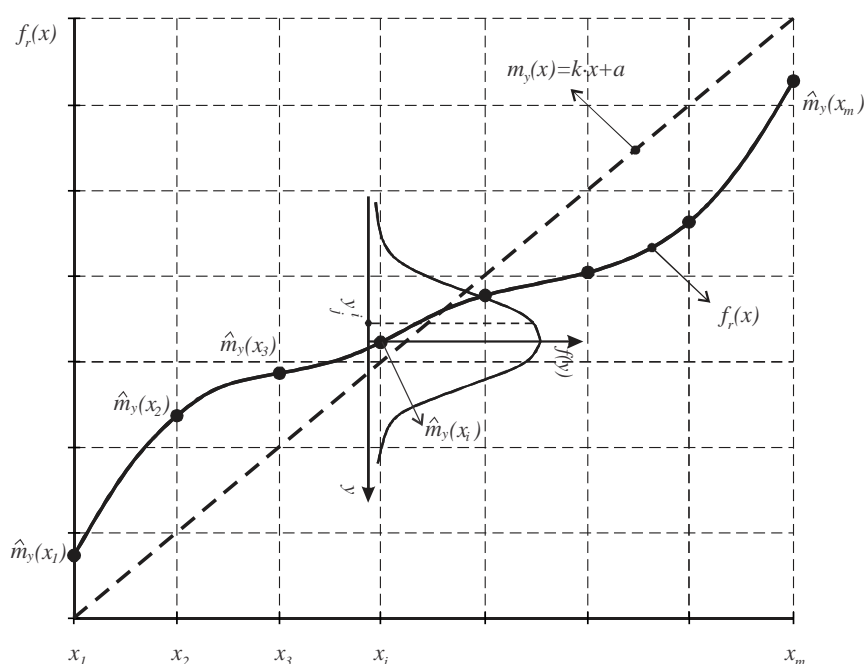
гарантиращи близостта на статичната характеристика до праволинейната ѝ форма:

- необходимост от обезпечаване на малка систематична грешка на измервателното средство;
- необходимост от стабилизиране в диапазона на измерване на стойностите на коефициента на чувствителност  $k$  и коефициента, определящ изместването на нулата  $a$ .

Обикновено действителната статична характеристика има нелинейна форма и се дефинира във вид на функция от вида  $y = f_r(x)$ , която може да бъде получена експериментално. Точковата оценка на математическото очакване на резултатите, получени от измерванията в  $i$ -та стойност от измервателния обхват  $[x_{min}, x_{max}]$ , определя стойността на  $i$ -та точка от действителната статична характеристика на съответното измервателно средство (фиг.2.2), т.е.

$$\hat{m}_y(x_i) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^n y_j^i, \quad (2.16)$$

където  $y_j^i$  - стойност на  $j$ -то измерване на  $i$ -та стойност на референтния елемент.



Фиг.2.2. Графична форма на действителната статична характеристика

Чрез интерполация на това крайно множество от точки се създава аналитичната функция (фиг.2.2), която представлява действителната статична характеристика  $y = f_r(x)$ . За илюстриране на влиянието на случайните грешки върху точността при определяне на действителната статична характеристика на фиг.2.2 е показано тяхното разпределение чрез диференциалната функция  $f(y)$ , която описва по-нагледно вероятностните свойства на резултатите от измерване и случайните грешки.

#### 2.4. Задачи, решавани при построяване на статичната характеристика

От методологична гледна точка проблемите, свързани с нелинейността на статичната характеристика, поставят за решаване две основни метрологични задачи:

- задача за определяне на грешките от нелинейност;
- задача за корекция на грешките от нелинейност.

Грешката от нелинейност може да се оценява по следните два метода:

- \* максималната приведена грешка;
- \* средно-квадратичната приведена грешка.

В първия случай апроксимиращата права се построява по метода на най-малките

модули, а във втория - по метода на най-малките квадрати.

В зависимост от способа, по който се решава задачата за корекция на грешките от нелинейност, тя може да бъде разделена на два вида

- задача, решавана в етапа на проектиране на измервателното средство;
- задача, решавана чрез алгоритъма за корекция в цифровата част на измервателното средство.

Първата от тези две задачи се решава по изчислителен път, по който се получават номиналните стойности на коефициентите  $q_i = q_i^n$ , които съответстват на номиналната статична функция на измервателното средство. Втората задача може да бъде успешно решена с помощта на модула за цифрова обработка, позволяващ въвеждането на оптимални алгоритми.

## 2.5. Построяване на статичната характеристика по метода на най-малките модули и определяне на максималната приведена грешка от нелинейност на измервателните средства

### 2.5.1. Дефиниране на основните параметри

При построяването на правата на статичната характеристика според метода на най-малките модули е необходимо да се изпълни условието, според което максималното отклонение на тази права от функцията, дефинираща действителната статична характеристика, в границите на измервателния обхват да има минимална стойност. Именно от условието за минимална стойност на максималното отклонение от кривата  $y = f_r(x)$  се определят параметрите на тази права, т.е.

$$\varepsilon_{mod}^{max}(A, B) = \max_{x_{min} \leq x \leq x_{max}} |f_r(x) - (A + B \cdot x)| = \min. \quad (2.18)$$

От (2.18) става ясно, че минимумът на неявно зададената функция с две променливи се достига чрез оптимален избор на аргументите  $A$  и  $B$ , които определят положението на правата в декартовата координатна система и могат да се разглеждат като единствените функционални параметри на правата на най-малките модули  $y_n = A + B \cdot x$ .

### 2.5.2. Извеждане на математическия модел за построяване на правата на най-малките модули

Доказано е, че максималното отклонение има минимум, тогава когато правата  $y_n(A, B) = A + B \cdot x$  е равноотдалечена от екстремумите на грешката от нелинейност. Геометричното тълкувание на понятието равноотдалечена се изразява на практика посредством такова построяване на правата на статичната характеристика, при което максималните стойности на модула на абсолютната грешка от нелинейност да бъдат равни помежду си. Това условие може да се запише чрез следната система от  $K + H - 1$  нелинейни алгебрични уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = \dots = \delta_H \\ \frac{d}{dx_i} \varepsilon(x_i, A, B) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, K, \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

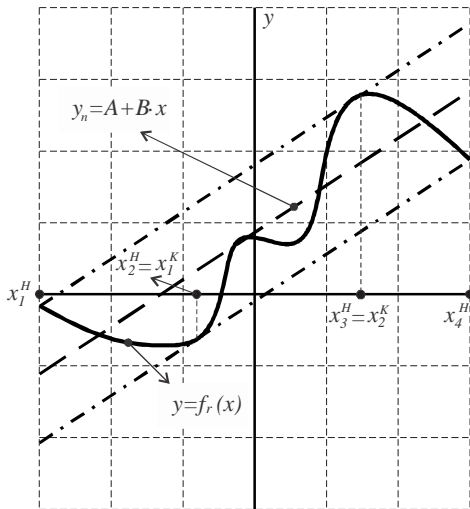
където  $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \dots = \delta_H$  - максималните стойности на модула на абсолютната грешка от нелинейност, чийто брой  $H$  зависи от особеностите на функцията  $y = f_r(x)$ ;

$$\varepsilon(x, A, B) = f_r(x) - (A + B \cdot x) - \quad (2.20)$$

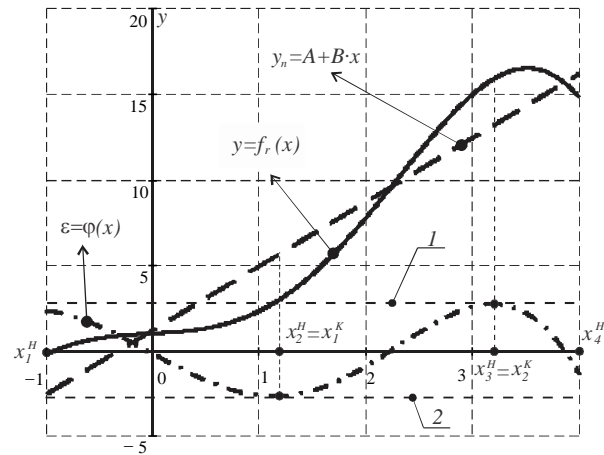
- функция, изразяваща последователните стойности по координатата на измерваната величина  $x$  на абсолютната грешка от нелинейност;  $x_i$  - абсисите на тези точки от действителната статична характеристика  $y = f_r(x)$ , в които тя има екстремуми;  $K$  - броят на екстремумите, който зависи от особеностите на функцията  $y = f_r(x)$  (фиг.2.4).

Второто уравнение в системата (2.19) се основава на свойството на производната на

една функция в дадена точка. Това е илюстрирано графично на фиг.2.5, където тангенсите от ъгълите, които допирателните 1 и 2 към графиката на функцията на грешката  $\varepsilon = \phi(x)$  в съответните точки сключват с положителната посока на абсцисната ос, имат нулеви стойности.



**Фиг.2.4.** Построяване на правата на най-малките модули



**Фиг.2.5.** Правата на най-малките модули и функция на грешката

Въз основа на получените стойности на  $x_j^H$  се определят максималните значения на модула на абсолютната грешка от нелинейност  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_H$ . Както вече беше посочено по-горе, при правилно решаване на тази задача всички стойности на модула на абсолютната грешка трябва да са равни една на друга, т.е.

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \dots = \delta_H = \delta_{max}. \quad (2.21)$$

Като мярка за равнището на приближение на графиката на правата на най-малките модули и функцията на действителната статична характеристика може да се използва максималната приведена грешка от нелинейност, която в този случай може да бъде изчислена по формулата

$$\gamma_\delta = \frac{\delta_{max}}{|y_{rmax} - y_{rmin}|} = \frac{\delta_{max}}{|B| \cdot (x_{max} - x_{min})}, \quad (2.22)$$

където  $y_{rmax} = A + B \cdot x_{max}$  и  $y_{rmin} = A + B \cdot x_{min}$  са граничните стойности на ординатите на правата на най-малките модули, съответстващи съответно на максималната  $x_{max}$  и минималната  $x_{min}$  стойност на границите на измерване;  $\delta_{max}$  - максималното отклонение на правата на най-малките модули от графиката на статичната характеристика.

### 2.5.3. Дефиниране на задачите за изчисляване на параметрите на правата на най-малките модули и методика за нейното построяване

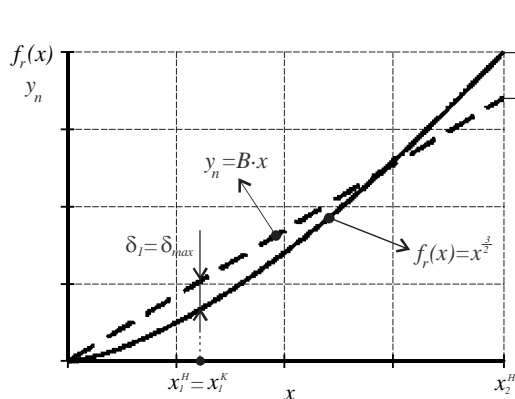
Решаването на задачата за определяне на параметрите  $A$  и  $B$  от правата на най-малките модули може да се изпълни по следните два начина:

- чрез решаване на системата уравнения (2.19), дефинираща построяването на правата на най-малките модули по принципа за равноотдалеченост спрямо действителната статична характеристика  $y=f_r(x)$  за границите на зададения диапазон на измерване;

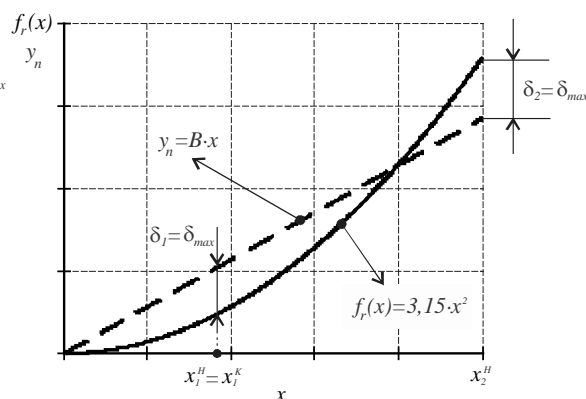
- чрез определяне на координатите на точките  $A$  и  $B$  в условието на задачата за минимизиране на неявно зададената функция (2.18) на два аргумента.

На практика обаче, двата, указани по-горе, начина се прилагат обикновено съвместно, допълвайки се взаимно. Затрудненията, свързани с решаването на тези две задачи, произтичат основно от два фактора: сложността на функцията, дефинираща

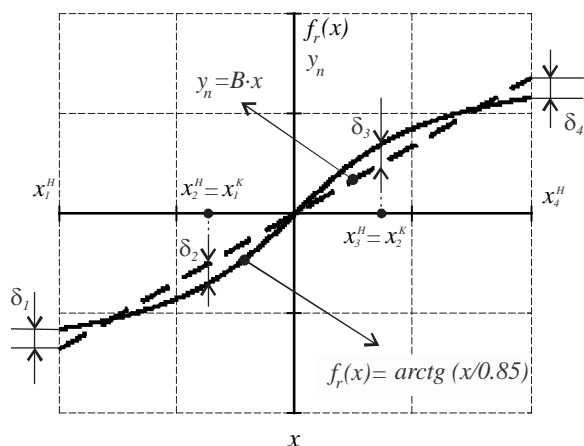
действителната статична характеристика  $y = f_r(x)$  и големината на зададения диапазон на измерване.



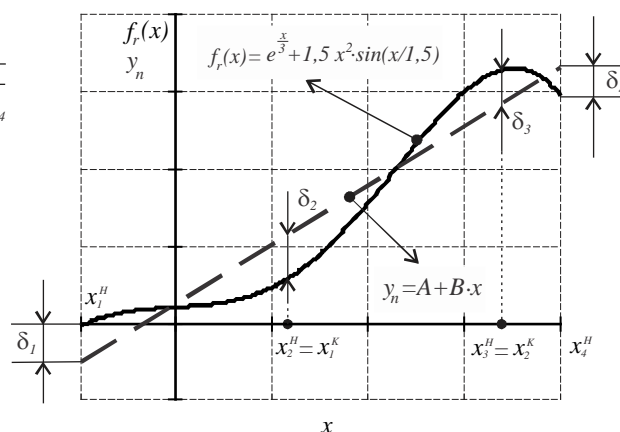
Фиг.2.6. Построяване на ПНММ за статична характеристика  $f_r(x) = x^{\frac{3}{2}}$



Фиг.2.7. Построяване на ПНММ за статична характеристика  $f_r(x) = 3,15 \cdot x^2$



Фиг.2.8. Построяване на ПНММ за стат. характеристика  $f_r(x) = \arctg(x/0,85)$



Фиг.2.9. Построяване на ПНММ за стат. характеристика  $f_r(x) = e^{\frac{x}{3}} + 1,5 \cdot x^2 \cdot \sin(x/1,5)$

Като примери, илюстриращи решаването на задачата за построяване на правата на най-малките модули (ПНММ), на фигури 2.6, 2.7, 2.8 и 2.9 са представени графичните резултати от решенията за четири различни функции на статичната характеристика.

В работата са изведени следните ограничителни условия за изборът на уравнението на правата на най-малките модули:

\* ако  $f_r(0) = 0$ , т.е., при положение, че графиката на действителната статична характеристика на измервателното средство преминава през началото на координатната система и, освен това,  $x_{min} = 0$ , се приема уравнението

$$y_n(x) = B \cdot x, \quad (2.23)$$

т.е. счита се, че  $A = 0$  (фиг.2.6 и 2.7), макар че в този случай изчисленията водят до завишена на оценка на максималната приведена грешка от нелинейност  $\gamma_{\delta}$ ;

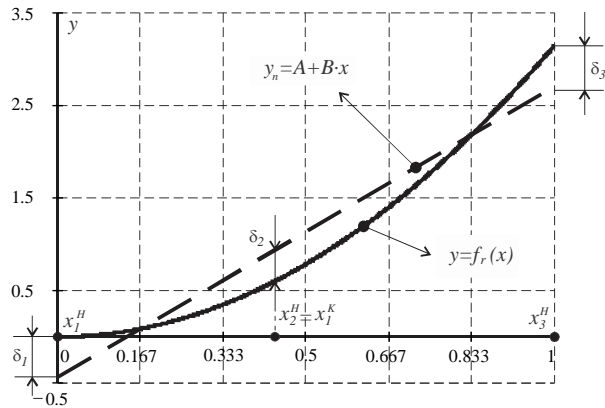
\* ако  $f_r(x) = -f_r(-x)$ , т.е., ако статичната характеристика на измервателното средство е нечетна, и, освен това,  $x_{min} = -x_{max}$ , то също, както предходния случай, се приема, че  $y_n(x) = B \cdot x$  (фиг.2.8);

\* във всички останали случаи се приема уравнението  $y_n(x) = A + B \cdot x$ .

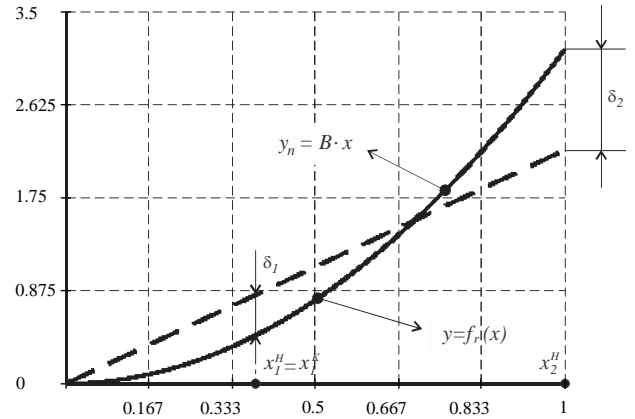
При всички случаи изходните данни за пресмятане на параметрите на уравнението

на правата са функцията, дефинираща действителната статична характеристика на измервателното средство и границите на измервателния диапазон ( $x_{min}$ ,  $x_{max}$ ).

В тази част от дисертацията е представена методика за построяване на ПНММ и определяне на грешката от нелинейност на статичната характеристика. Решени са конкретни практически примери, въз основа на които са систематизирани два способа за построяване на ПНММ (фигури 2.10 и 2.11).



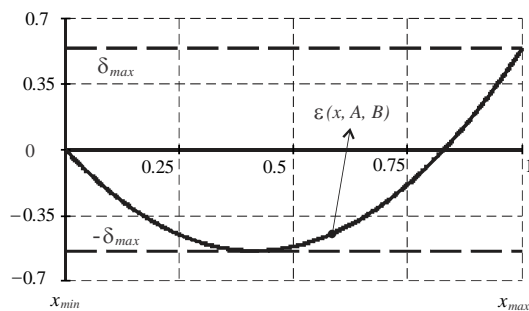
**Фиг.2.10.** Първи способ за построяване на правата на най-малките модули



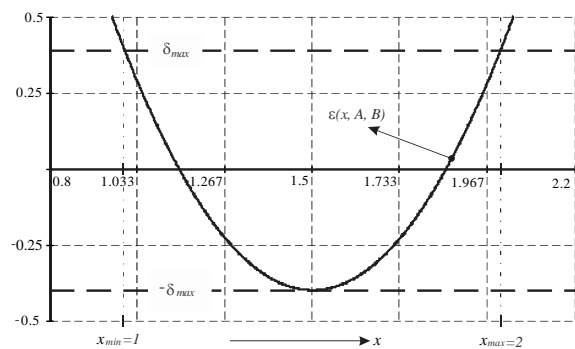
**Фиг.2.11.** Втори способ за построяване на правата на най-малките модули

При първия способ, илюстриран графично на фиг.2.10, се постига по-добър резултат на условието за равноотдалеченост на правата спрямо функцията  $y = f_r(x)$  за границите на целия интервал. При втория способ на построяване, графиката на правата преминава през началото на координатната система, където се пресича с кривата на действителната статична характеристика  $y = f_r(x)$ , която при  $x=0$  има стойност  $f_r(0)=0$  (фиг.2.11). Този способ има важното предимство, че задава устойчиви начални условия на задачата, което позволява полесното автоматизиране на процеса за построяване на правата на най-малките модули. Ето защо, поради контекста на целите и задачите на настоящата работа, този способ е анализиран подробно в следващия материал от дисертацията.

За целта са разгледани конкретни аналитични функции, апроксимирани въз основа на изследван статистически материал. Отделено е внимание на изследване на грешката от нелинейност в различни диапазони на измервателния обхват.



**Фиг.2.13.** Графично представяне на грешката  $\epsilon(x, A, B)$  в диапазона  $0 \leq x \leq 1$



**Фиг.2.15.** Графично представяне на грешката  $\epsilon(x, A, B)$  в диапазона  $1 \leq x \leq 2$

От направеното изследване (фиг. 2.13 и 2.15) може да се установи, че максималната приведена грешка от нелинейност в измервателния диапазон  $1 \leq x \leq 2$  е около пет пъти по-малка от тази в диапазона  $0 \leq x \leq 1$ . Това означава, че различните участъци на кривата  $f_r(x) = 3,15 \cdot x^2$  имат различна степен на нелинейност, което поражда появата на различни по стойност грешки в пълния измервателен диапазон на измервателното средство. Поради това

методът на най-малките модули се характеризира с това, че чрез него се гарантира такова построяване на правата на статичната характеристика, при което максималните стойности на модула на абсолютната грешка от нелинейност да бъдат равни помежду си, а отделните стойности на грешката в измервателния диапазон могат да се различават по стойност съществено от максималната грешка, но винаги ще бъдат по-малки от нея.

#### 2.5.4. Решаване на задачата чрез определяне на координатите на точките A и B в условието на задачата за минимизиране на неявно зададената функция

От практическа гледна точка е особено интересен случаят, когато действителната функция на статичната характеристика не може да бъде разделена на поредица от прости криви. В тези случаи, моделът (2.19) е трудно приложим, тъй като решенията се усложняват значително. Ето защо в тези случаи е предложен метод, при който апроксимиращата права е построена, така че средната грешка от нелинейност е равна на нула. Такава права трябва да отговаря на следното условие:

$$\bar{\varepsilon} = \int_{x_{min}}^{x_{max}} \varepsilon(x, A, B) \cdot dx = \int_{x_{min}}^{x_{max}} [f_r(x) - (A + B \cdot x)] \cdot dx = 0. \quad (2.41)$$

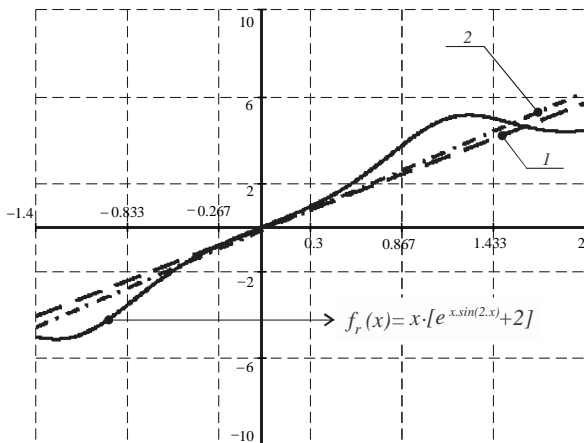
От (2.41) лесно може да бъде изведено съотношение за определяне на параметъра A

$$A = \frac{1}{x_{max} - x_{min}} \cdot \int_{x_{min}}^{x_{max}} f_r(x) \cdot dx - \frac{B}{2} \cdot (x_{max} + x_{min}). \quad (2.42)$$

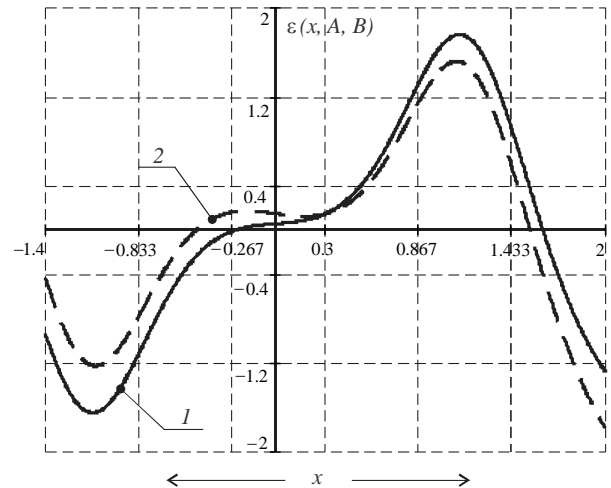
Всъщност този метод, свързан с характеристиките на средно-аритметичното, е изведен от условието на задачата за минимизиране на неявно зададената функция (2.18). Определянето на параметъра B може да бъде реализирано по различни модели, най-ефективните от които са съставени в зависимост от формата на кривата, дефинираща действителната статична характеристика  $y = f_r(x)$ .

$$B = \frac{f_r(x_{max}) - f_r(x_{min})}{x_{max} - x_{min}}. \quad (2.43)$$

Графичният вид на решението на задачата за построяване на правата на статичната характеристика в съответствие с условието (2.20), че средната грешка от нелинейност е равна на нула, е показан на фиг.2.16 (права 1).



Фиг.2.16. Построяване на правата съгласно условие (2.20)



Фиг.2.17. Стойности на грешката от нелинейност

От фиг.2.17 се вижда, че разликите между стойностите на грешката от нелинейност при решаване на задачата съответно по моделите (2.42) и (2.19) не е толкова съществена, но моделът (2.42) дава много по-големи възможности за автоматизиране на процеса за построяване на правата, определяща номиналната статична характеристика.

#### 2.6. Програмно решаване на задачите за построяване на правата на най-малките модули и определяне на грешката от нелинейност

В дисертацията е съставена програма в средата на математическия продукт Mathcad

с помощта на специална процедура, а именно чрез програма, построена в цикъл за две променливи. Програмата е разработена въз основа на задачата за минимизиране на неявно зададената функция. Чрез програмата се коригира неопределеността, дължаща се на разликите в тълкуванието на условието за равноотдалеченост.

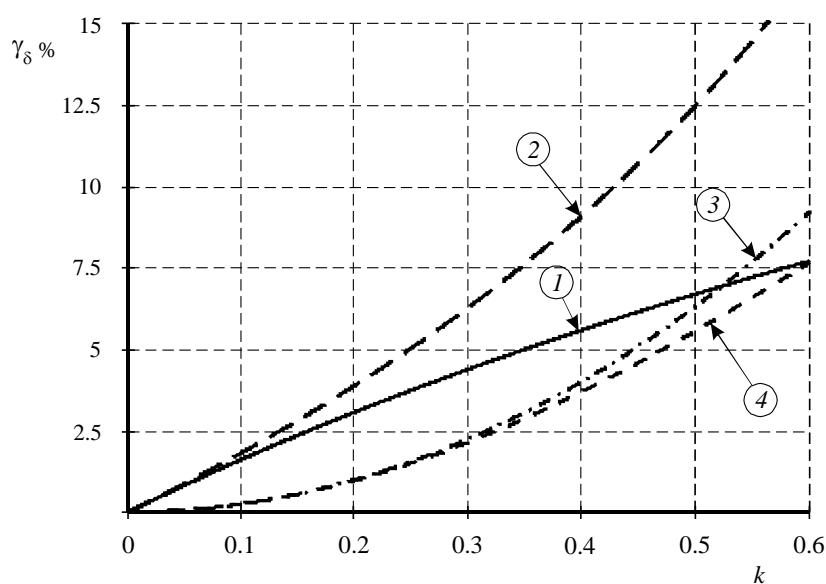
### 2.7. Определяне на основните параметри на правата на най-малките модули за статичните характеристики на някои измервателни устройства

С оглед на целите и задачите, поставени в тази работа, са изведени обобщени формули, дефиниращи основните параметри за построяване на правата на най-малките модули и определяне на грешката от нелинейност, за някои по-характерни измервателни устройства.

Въз основа на установените математически модели е съставена таблица 2.1, в която са представени формули, позволяващи изчисляването на тези характеристики за някои характерни измервателни устройства.

Таблица 2.1

№ по ред	Функция на действителната статична характеристика $f_r(x)$	Коефициент на наклона на ПНММ $B$	Максимална приведена грешка от нелинейност $\gamma_\delta$	Отношение $\frac{x_1}{x_{max}}$	$z$
$k = b \cdot x_{max}$					
1	$f_r(x) = \frac{a \cdot x}{1 + b \cdot x}$	$\frac{a}{(1 + b \cdot x)^2}$	$a \cdot \frac{4 \cdot (z + 1)^2}{z^2 \cdot (z + 2)^2}$	$\frac{1}{z + 1}$	$\sqrt{2 \cdot (1 + k)}$
2	$f_r(x) = \frac{a \cdot x}{1 - b \cdot x}$	$\frac{a}{(b \cdot x - 1)^2}$	$a \cdot \frac{4 \cdot (z + 1)^2}{z^2 \cdot (z + 2)^2}$	$\frac{1}{z + 1}$	$\sqrt{2 \cdot (1 - k)}$
3	$f_r(x) = \frac{a \cdot x}{1 + b^2 \cdot x^2}$	$\frac{a \cdot (b^2 \cdot x^2 - 1)}{(b^2 \cdot x^2 + 1)^2}$	$a \cdot \frac{z + 1}{2 \cdot z^2}$	$\frac{1}{z + 1}$	$\sqrt{1 + k^2}$
4	$f_r(x) = \frac{a \cdot x}{1 - b^2 \cdot x^2}$	$\frac{a \cdot (b^2 \cdot x^2 + 1)}{(b^2 \cdot x^2 - 1)^2}$	$a \cdot \frac{z + 1}{2 \cdot z^2}$	$\frac{1}{z + 1}$	$\sqrt{1 - k^2}$



Фиг.2.26. Стойности на максималната приведена грешка от нелинейност



Представените на фиг.2.26 графики илюстрират тенденцията за изменение на максималната приведена грешка от нелинейност  $\gamma_{\delta}$  в зависимост от величината  $k = b \cdot x_{max}$ . Това е удобен начин за представяне на стойностите на грешката  $\gamma_{\delta}$ , защото по този начин нейните значения се обвързват от една страна с функцията на действителната статична характеристика на измервателния уред, а от друга - с измервателния обхват.

Като цяло може да се направи извода, че начинът на построяване на правата на най-малките модули, дефиниран в талица 2.1, води до сравнително големи стойности на максималната приведена грешка от нелинейност на статичната характеристика. Това се дължи основно на наложеното ограничително условие, при което  $A = 0$ .

## **2.8. Изводи и констатации**

1. Направените изследвания показват, че най-ефективният способ за отстраняване на редица методични и инструментални грешки, имащи както систематичен, така и случаен характер, е чрез тяхното изключване в края на измервателната верига на съответното измервателно средство. Актуалният в днешно време мехатронен подход за създаване на нови измервателни средства, състоящ се в интегрирането на възможностите на механичните системи, електрониката и интелигентните компютърни системи, дава нови перспективи за реализация на ефективни методи за определяне и корекция на грешките в края на измервателната верига, които се базират преди всичко в създаване на нови методи за построяване на статичната характеристика.

2. Извършен е анализ на статичната характеристика, въз основа на който са дефинирани различните видове преобразуващи функции, както и характеристиките на грешката от нелинейност, изразяваща се чрез отклоненията между действителната и номиналната статични характеристики.

3. Съставен е математичният модел на измервателно средство, изразен чрез статичната характеристика, на базата на който са обобщени условията, гарантиращи близостта на статичната характеристика до праволинейната ѝ форма.

4. Формулирани са задачите, които трябва да бъдат решени за построяване на статичната характеристика и определяне на грешката от нелинейност, както и условията и методите за тяхното решаване.

5. Изведен е математичният апарат, необходим за построяването на номиналната статична характеристика по метода на най-малките модули и определяне както на абсолютната грешка от нелинейност, така и на максималната приведена грешка.

6. Съставена е методика за построяване на номиналната статична характеристика и определяне на грешката от нелинейност според принципа за равноотдалеченост спрямо действителната статична характеристика в границите на зададения диапазон на измерване.

7. Разработен е модел за построяване на номиналната статична характеристика и определяне на грешката от нелинейност въз основа на условието за минимизиране на неявно зададена функция на два аргумента.

8. Съставен е алгоритъм за програмно решаване на задачите за построяване на правата на най-малките модули и определяне на грешката от нелинейност. Въз основа на алгоритъма са разработени програми в средата на приложния пакет Mathcad, построени съответно в цикъл за една и две променливи.

9. Изведени са обобщени формули, дефиниращи основните параметри за построяване на правата на най-малките модули и определяне на грешката от нелинейност, за някои по-характерни измервателни устройства.

## ГЛАВА III. РАЗРАБОТВАНЕ НА МОДЕЛИ ЗА ПОСТРОЯВАНЕ НА СТАТИЧНАТА ХАРАКТЕРИСТИКА, ОСНОВАВАЩИ СЕ НА СТАТИСТИЧЕСКИ МЕТОДИ

### 3.1. Общи положения

В задачата за построяване на статичната характеристика съществуват редица случайни фактори, които влияят върху формирането на резултата от измерване. Тези случайни фактори могат да бъдат разделени на следните две групи:

1. Случайни фактори, въздействащи за образуването на действителната статична характеристика. Тези случайни фактори се обуславят преди всичко от инструменталните грешки, възникващи при изработването и монтажа на отделните детайли, елементи и възли на уреда.

2. Случайни фактори, формиращи се в зависимост от конкретните условия на експлоатация. Фактори от този вид могат да бъдат например вероятните граници от диапазона на измерване, в които се провеждат конкретните измервания.

Сумарното действие на тези фактори предполага възможността за ефективно използване на статистически методи, включени в реално време в конкретните измервателни алгоритми, с цел отстраняване или намаляване в допустими граници на грешката от нелинейност. Така например, на задачата за построяване на статичната характеристика могат да бъдат наложени допълнителни условия, позволяващи решаването ѝ в реално време по статистически методи. Такова допълнително условие може да бъде зададено чрез хипотезата: *"грешките от апроксимиране на тези стойности от измерваната величина, които са по-вероятни да се случат в обхвата на конкретните измервания, трябва да имат по-малка стойност от тези, които са по-малко вероятни"*.

В тези случаи задачата за построяване на правата на статичната характеристика, която да отговаря на цитираното по-горе условие, може да бъде решена успешно преди всичко чрез използване на метода на най-малките квадрати.

### 3.2. Логика и механизъм на метода на най-малките квадрати

#### 3.2.1. Общи сведения

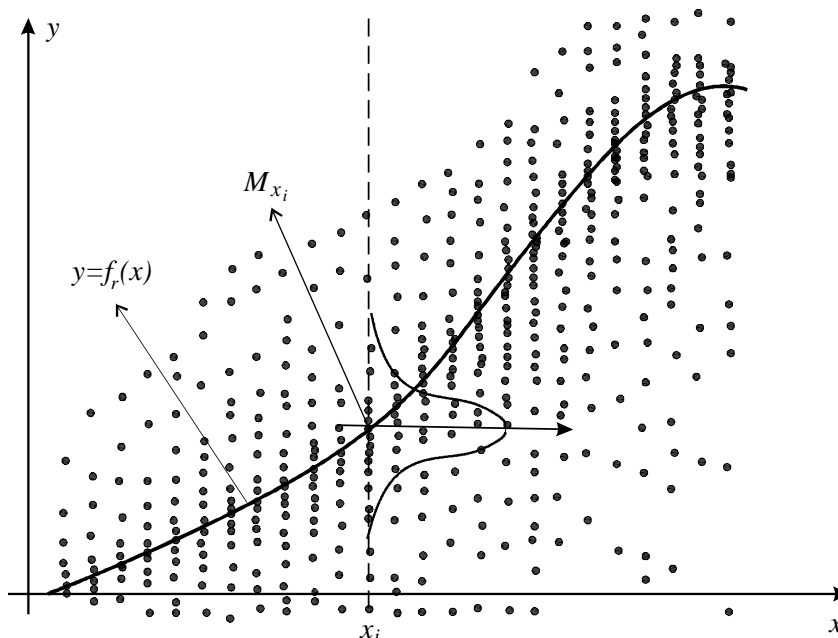
В тази част от работата е представена информация за създаването, развитието и приложението на метода на най-малките квадрати, както и анализ на възможностите за използване на този метод в съответствие с целите и задачите, поставени в дисертацията.

#### 3.2.2. Анализ на задачата за построяване на правата на статичната характеристика според модела на най-малките квадрати

В съответствие с целите и задачите на настоящата работа под метод на най-малките квадрати ще се разбира линейният вариант на метода. Когато изходът е линейна функция на параметрите, те може да се изразят само чрез данните и така оценките на параметрите по метода на най-малките квадрати да се определят еднократно. Правата на най-малките квадрати, изразяваща номиналната статична характеристика, може да бъде построена спрямо данни, получени при експерименталното определяне на статичната характеристика. В този случай действителната статична характеристика се задава в табличен вид. От друга страна, действителната статична характеристика може да се зададе и във вид на функция между входно - изходните съотношения. В този случай функцията се получава чрез апроксимиране в тези точки от множеството експериментални данни, които определят средната оценка, установена за всяка последователна стойност на входната величина (фиг.3.1).

Целта на създаването на математичните модели апроксимиращи структури е да се сведе изследването на различни числови характеристики и качествени свойства на реалните измервателни средства до работа с модели, чиито теоретичен апарат е напълно известен и е удобен за работа. Използването на средните елементи (в случая -

точки) има редица предимства: равностойност на точките на реалната крива при пресмятане на елемента, по-слабо влияние на единичните местни отклонения, лесно пресмятане със съответни изчислителни средства, добро свързване с експлоатационните показатели (например при определяне на влиянието на определени инструментални неточности). Средните елементи се използват приоритетно и при програмната корекция в реално време на статичната характеристика, поради простата обработка на резултатите от измерването и единствеността на математическото решение.



**Фиг. 3.1.** Апроксимиране на действителната статична характеристика по точките, определящи средната оценка в последователните сечения

С цел представяне на математичния модел, дефиниращ построяването на правата на номиналната статична характеристика по метода на най-малките квадрати, приемаме хипотезата, че във всяка дискретна точка  $x_i$  от измервателния обхват  $x_{min} \leq x \leq x_{max}$  са определени математическите очаквания  $M_{x_i}$ , въз основа на които е определена чрез апроксимиране действителната статична характеристика  $y = f_r(x)$  (фиг.3.1). Тогава можем да означим с  $M$  множество от функции  $f(x)$ , зададени таблично в  $N$  точки (точките  $x_i$  от фиг.3.1), а с  $P \equiv \prod_n(x)$  - полиномите от  $n$ -та степен на променливата  $x$ . Ще считаме, че  $n \ll N$ . Като мярка за близост между функцията  $f(x)$  от множеството  $M$  и  $P \equiv \prod_n(x)$  могат да бъдат използвани стойностите на функцията:

$$\Phi(a_0, a_1, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^N \left[ y_i - (a_n \cdot x_i^n + a_{n-1} \cdot x_i^{n-1} + \dots + a_1 \cdot x_i + a_0) \right]^2, \quad (3.1)$$

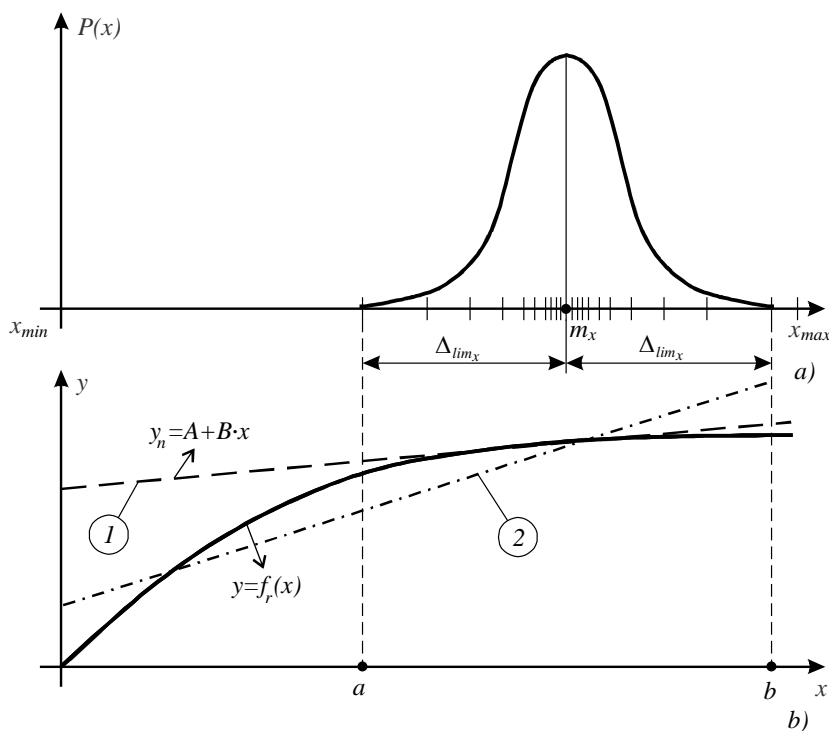
където  $a_0, a_1, \dots, a_n$  са коефициентите на полинома  $P(x)$ , а  $y_i = f(x_i)$ .

Необходимо е да намерим такъв полином  $P^*$ , и по-точно - неговите коефициенти  $a_0^*, a_1^*, \dots, a_n^*$ , които минимизират функцията  $\Phi(a_0, a_1, \dots, a_n)$ . Полиномът  $P^*$  се нарича полином на най-добро приближение по метода на най-малките квадрати и може да бъде използван като приближение на  $f(x)$  (особено когато  $N$  е много по-голямо число от  $n$ ).

Коефициентите  $a_0^*, a_1^*, \dots, a_n^*$  са решение на линейна алгебрична система (която е симетрична матрица и за нейното решаване може да се използва методът на квадратния корен).



Много често в практическите измервания масивът от стойности, обуславящ конкретните измервания, е съсредоточен само в определена част от скалата на измервателното средство и не обхваща целия измервателен диапазон. Така например, ако разсейването на резултатите, получени при конкретни многократни измервания, е групирано в практически вероятните граници  $a < x < b$ , то в останалата част от измервателния диапазон  $x_{min} < x < a$  и  $b < x < x_{max}$  е много малко вероятно да попаднат стойности на измерваната величина. Логиката на тази статистическа хипотеза е илюстрирана в графичен формат на фиг.3.4.



**Фиг.3.4.** Статистическо групиране на резултатите от измерване и метод за статистическо построяване на статичната характеристика

Кривата на разпределението на резултатите от конкретна измервателна задача може да се апроксимира чрез различни теоретични закони. Ако е известен теоретичният закон на разпределение, и по-точно - неговите основни характеристики: интегралната и диференциалната функции, могат да бъдат наложени в статистическа постановка допълнителни условия, повишаващи точността при построяване на правата на статичната характеристика.

Такова допълнително условие може да бъде съставено въз основа на статистическата хипотеза, според която: отклоненията от действителната статична характеристика при построяване на правата на номиналната характеристика за тези стойности от измерваната величина, които са по-вероятни да се случат в обхвата на конкретните измервания, трябва да имат по-малка стойност от тези, които са по-малко вероятни.

Както се вижда от фиг.3.4 построената номинална статична характеристика  $y_n = A + B \cdot x$ , отбелязана с 1 на фигурата, изпълнява дефинираната по-горе статистическа хипотеза. При което отклоненията между действителната статична характеристика  $y = f_r(x)$  и правата  $y_n = A + B \cdot x$  в центъра на групиране на резултатите от измерване са пренебрежимо малки, а с отдалечаването им в двете посоки стават все по-големи. По този начин в статистическа постановка се обвързва стойността на грешката от нелинейност на статичната характеристика със съответната ѝ вероятност за възникване при конкретната измервателна задача. Ето защо тази

концепция дава възможност за автоматизирано построяване на статичната характеристика в реално време в зависимост от действителния закон за разпределение на вероятностите. Най-удачната статистическа характеристика, която може да бъде използвана за разработване на необходимите теоретични модели съобразно условията на задачата е диференциалната функция на разпределение  $p_x(x)$ , известна още като плътност на разпределение на вероятностите.

За нагледно поясняване на принципната разлика между двата метода на фиг.3.4 е построена втора права (права 2), чийто параметри са получени по метода на най-малките модули. По принципа за тъждественост на модулите при построяване на права 2 грешката от нелинейност в границите на измервателния диапазон се изменя по знакопроменлив закон, доближаващ се до честотно модулирана косиносуидална крива. Очевидно е, че максималната приведена грешка от нелинейност  $\gamma_\delta$ , получена при построяване на статичната характеристика по метода на най-малките модули (права 2) в границите на интервала  $a < x < b$ , ще бъде многократно по-голяма от тази, която се обуславя от правата (права 1), чийто параметри се определят по статистически методи.

Всичко това показва предимствата на статистическите методи за оптимизиране на процеса за построяване на правата на статичната характеристика относно критерия за минимум на размера на грешката от нелинейност.

### **3.3.2. Извеждане на математичния модел за построяване на правата на най-малките квадрати**

В някои случаи към измервателната задача могат да бъдат поставени много по-"строги" условия. Например, големите по стойност грешки да са много по-малко вероятни в обхвата на конкретното измерване.

При поставянето на това условие се взема под внимание обстоятелството, че измерваната величина  $x$ , приета в случая за случайна, може да попадне с различна вероятност  $p(x)$  в една или друга част на измервателния диапазон  $[x_{min}, x_{max}]$ . Тази вероятност е пропорционална на съответните стойности на функцията за плътността на разпределение на вероятностите на измерваната величина  $p_x = p_x(x)$  (диференциалната функция на разпределение). Затова отклоненията на действителната функция  $y = f_r(x)$  от апроксимиращата права трябва да бъдат малки именно в тази част от диапазона на измерване, където стойностите на диференциалната функция на разпределение са максимални и могат да бъдат големи там, където значенията на  $p_x = p_x(x)$  са незначителни. Такива свойства притежава апроксимиращата права, определена по метода на най-малките квадрати.

За извеждане на необходимия математически апарат за определяне на параметрите на правата на най-малките квадрати могат да бъдат използвани първия и втория момент, характеризиращи разпределението на определена случайна величина  $x$ . Първият начален момент на случайната величина  $x$  представлява математическото очакване и за непрекъснати величини се задава чрез израза

$$m_x = M[x] = \int_{-\infty}^{\infty} p_x(x) \cdot x \cdot dx, \quad (3.7)$$

където  $p_x(x)$  е плътността на разпределение на вероятностите на измерваната величина  $x$ .

Важно значение при извеждане на настоящите математически модели има вторият централен момент, който се определя от формулата

$$D[x] = \int_{-\infty}^{\infty} p_x(x) \cdot (x - m_x)^2 \cdot dx. \quad (3.8)$$

Изразът (3.8) дефинира дисперсията на случайната величина  $x$ , определяща разсейването на  $x$  относно математическото очакване  $m_x$ .

Нека предположим, че случайната величина от формули (3.7) и (3.8) представлява

абсолютната грешка от нелинейност  $\varepsilon(x, A, B)$ , която се определя от израза (2.20). Грешката  $\varepsilon(x, A, B)$  представлява случайна величина, обусловена от последователните разлики по координатата на измерваната величина между действителната статична характеристика  $y = f_r(x)$  и построената по определен критерий номинална права  $y_n(A, B) = A + B \cdot x$ . Тогава след извършване на необходимите преобразувания замествайки в (3.7) и въвеждане на крайни граници на интегриране, определени от диапазона на измерване  $x_{min} \leq x \leq x_{max}$ , се получава следният израз за математическото очакване на грешката от нелинейност на статичната характеристика:

$$m_\varepsilon = M[\varepsilon(x, A, B)] = \int_{x_{min}}^{x_{max}} p_x(x) \cdot [f_r(x) - (A + B \cdot x)] \cdot dx. \quad (3.9)$$

Може да се докаже, че номинална права  $y_n(A, B) = A + B \cdot x$  представлява последователно множество от точки, които по някакъв критерий формулират математическото очакване на функцията  $y = f_r(x)$  спрямо координатата на измерваната величина  $x$ . Тогава след заместване в (3.8) може да се изведе израз за определяне на дисперсията на множеството от последователни стойности, дефиниращи действителната статична характеристика  $y = f_r(x)$  относно построената по определен критерий номинална права, т.е.:

$$D[x, A, B] = \int_{x_{min}}^{x_{max}} p_x(x) \cdot [f_r(x) - (A + B \cdot x)]^2 \cdot dx. \quad (3.10)$$

Освен това, по-детайлният анализ на израза (3.10) показва, че дисперсията  $D[x, A, B]$  е равна на математическото очакване на функцията, определена от квадрата на грешката от нелинейност

$$M[\varepsilon^2(x, A, B)] = \int_{x_{min}}^{x_{max}} p_x(x) \cdot \varepsilon^2(x, A, B) \cdot dx. \quad (3.11)$$

В действителност от втората част на подинтегралното произведение в (3.10) се определя концепцията за построяване на правата на статичната характеристика по метода на най-малките квадрати, т.е.

$$F[x, A, B] = \int_{x_{min}}^{x_{max}} [f_r(x) - (A + B \cdot x)]^2 \cdot dx = \min. \quad (3.12)$$

От израза (3.12) може да бъде формулирано следното определение за правата на статичната характеристика, построена по метода на най-малките квадрати: правата на най-малките квадрати (по отношение на кривата на действителната статична характеристика  $y = f_r(x)$ ) се нарича правата  $y_n(A, B) = A + B \cdot x$ , чието средно-квадратично отклонение от кривата  $y = f_r(x)$  в интервала  $x_{min} \leq x \leq x_{max}$  има минимум.

В действителност уравнение (3.12) изразява само квадратичното отклонение, а за средноквадратичното отклонение е необходимо да бъде използвана формула (3.10), в която се съдържа множителя  $p_x(x)$ . Ето защо параметрите  $A$  и  $B$  на такава права могат да се определят в най-общия случай от условието за минимум на квадрата на математическото очакване на отклоненията между нея и функцията  $y = f_r(x)$ , т.е.

$$D[x, A, B] = M[\varepsilon^2(x, A, B)] = \int_{x_{min}}^{x_{max}} p_x(x) \cdot [f_r(x) - (A + B \cdot x)]^2 \cdot dx = \min. \quad (3.13)$$

Най-голям дял във формирането на стойността на интеграла (3.13) внася отклонението  $f_r(x) - (A + B \cdot x)$  за тези части на диапазона на измерване, където стойностите на  $p_x(x)$  са максимални. Затова при изпълнение на условието (3.13) грешката от апроксимиране е малка именно в тези части от диапазона на измерване.

За илюстрация на казаното на фиг.3.4 са представени функцията  $y = f_r(x)$  (фиг.3.4b) и кривата на плътността на разпределение на вероятностите на измерваната величина  $p_x = p_x(x)$  (фиг.3.4a) с математическо очакване  $m_x$  в дясната зона от диапазона на измерване. Тази графична форма на диференциалната функция на разпределение дава основание да се предположи, че стойностите на измерваната величина  $x$ , влизащи в доверителния интервал  $[m_x - \Delta_{lim_x}, m_x + \Delta_{lim_x}]$  от диапазона на измерване, са най-вероятни. При правилно пресмятане на нейните параметри  $A$  и  $B$  грешката от апроксимация  $\varepsilon(x, A, B)$  трябва да е достатъчно малка именно в дясната половина, около математическото очакване  $m_x$ , на диапазона на измерване, където стойностите на диференциалната функция на разпределение са максимални.

От анализа на (3.13) следва, че пресмятането на параметрите на правата на най-малките квадрати се свежда до определяне на координатите на точката на минимума на неявно зададената функция на две променливи  $D = D(A, B)$ . След приравняване на нула на производните на тази функция спрямо параметрите  $A$  и  $B$  и решаване на получената система от две уравнения са получени общи формули за пресмятане на параметрите на правата на най-малките квадрати, които са представени в дисертационната работа.

Степента на приближение на правата на най-малките квадрати към кривата на действителната статична характеристика на измервателното средство може да се оцени по аналогия с (2.22) чрез стойността на средноквадратичната приведена грешка от нелинейност, чиято формула има следния вид:

$$\gamma_{\sigma} = \frac{\sqrt{D_{min}[x]}}{|y_{rmax} - y_{rmin}|} = \frac{\sqrt{D_{min}[x]}}{|B| \cdot (x_{max} - x_{min})}, \quad (3.24)$$

където стойностите на  $D_{min}[x]$  в най-общия случай се изчисляват по формули, представени в дисертацията. При изчисляване на грешката  $\gamma_{\sigma}$  за частния случай по формула (3.24), в която се приема  $x_{min} = 0$ , обикновено се получава завишена стойност на тази грешка.

Концепцията на разработвания в тази част от работата математически апарат се основава на логиката, че отклоненията на действителната функция  $y = f_r(x)$  от апроксимиращата права трябва да бъдат малки именно в тази част от диапазона на измерване, където стойностите на диференциалната функция на разпределение са максимални и могат да бъдат големи там, където значенията на  $p_x = p_x(x)$  са незначителни. От друга страна обаче моделът (3.24) на средноквадратичната приведена грешка от нелинейност не е съобразен с тази концепция и винаги ще има големи стойности. Това нагледно може да бъде установено от графиката на фиг.3.4, където в диапазона  $x_{min} \leq x \leq a$  отклоненията между действителната статична характеристика на измервателното средство  $y = f_r(x)$  и правата на най-малките квадрати приемат значителни стойности. Последните "натезжават" съществено в общия резултат при пресмятане на средноквадратичната приведена грешка от нелинейност по формула (3.24).

Ето защо в зависимост от формата на плътността на разпределение на вероятностите на измерваната величина  $p_x = p_x(x)$  може да се приеме следната зависимост за определяне на граничната средноквадратичната приведена грешка от нелинейност:

$$\gamma_{\sigma lim} = \frac{\sqrt{D_{min}^{a,b}[x]}}{|y_{rb} - y_{ra}|} = \frac{\sqrt{D_{min}^{a,b}[x]}}{|B| \cdot (b - a)}, \quad (3.25)$$

където  $D_{min}^{a,b}[x]$  е минимална стойност на функцията (3.13) за граници на интегриране  $a \leq x \leq b$ ;  $a$  и  $b$  са границите на интегриране, определени от доверителния интервал  $[m_x - \Delta_{lim_x}, m_x + \Delta_{lim_x}]$  на съответстващата диференциалната функция на разпределение.



### 3.4. Разработване на модели на статичната характеристика по метода на най-малките квадрати за различни диференциални функции на разпределение

#### 3.4.1. Построяване на модела на правата на най-малките квадрати за закона на равната вероятност

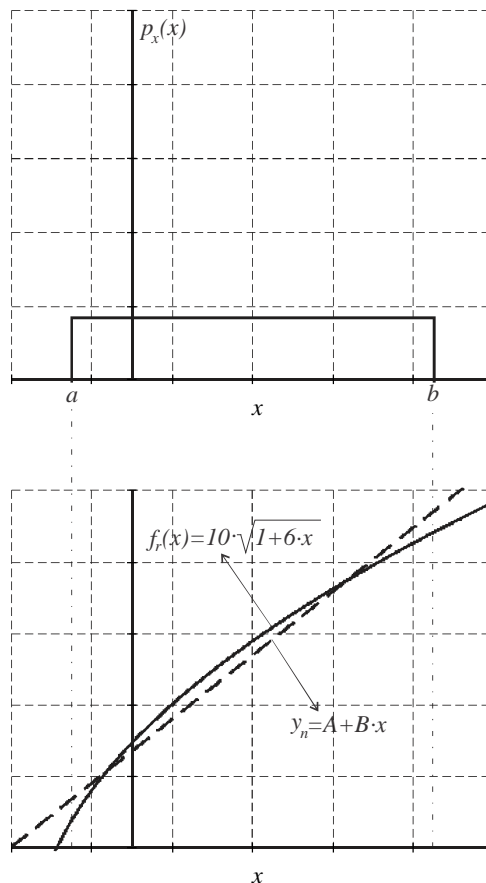
Непрекъснатата случайна величина  $x$  е с равномерно разпределение в интервала  $[a, b]$ , ако в този интервал има постоянна плътност на разпределение, а във от него плътността е равна на нула.

След извършване на необходимите математически операции и уточняване на границите на интегриране се получава следния модел за определяне на правата на най-малките квадрати:

$$D[x, A, B] = \int_a^b \frac{1}{b-a} \cdot [f_r(x) - (A + B \cdot x)]^2 \cdot dx =$$

$$= \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b [f_r(x) - (A + B \cdot x)]^2 \cdot dx = \min. \quad (3.29)$$

Както се вижда от (3.29) диференциалната функция  $p_x(x)$  не променя своята стойност при увеличаване на стойността на измерваната величина  $x$  и следователно не оказва влияние при построяване на правата на най-малките квадрати по разглеждания в тази част от работата статистически модел.



**Фиг.3.5.** Построяване на правата на най-малките квадрати за закона на равната вероятност

За илюстрация на казаното на фиг.3.5 е построена правата на най-малките квадрати за нелинейната статична характеристика  $f_r(x) = 10 \cdot \sqrt{1 + 6 \cdot x}$  и правоъгълна диференциална функция на разпределение на измерваната величина  $x$  (закон на равната вероятност). Както се вижда от фиг.3.5 в този случай правата на най-малките квадрати е

много близка до правата на най-малките модули.

Ето защо диференциалната функция  $p_x(x)$  се приема за равномерна, когато отсъства достатъчно информация за характера на разпределението на измерваната величина  $x$ .

### 3.4.2. Построяване на модела на правата на най-малките квадрати за закона на Симпсън

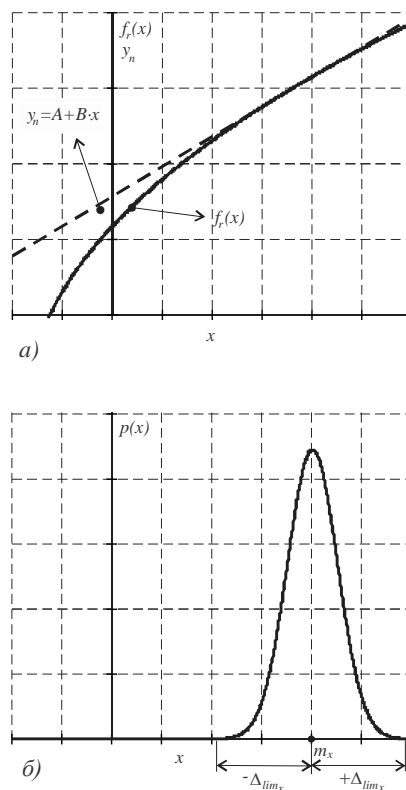
Разпределението по закона на Симпсън се получава основно в случаите, когато се сумират две случайни величини, разпределението на всяка една от които е по закона на равната вероятност, разгледан в т. 3.4.1.

Като пример за построяването на номиналната статична характеристика  $y = f_n(x)$  по метода на най-малките квадрати за разпределение на измерваната величина по закона на Симпсън по-надолу ще бъде използван следния модел на действителната статична характеристика:  $f_r(x) = \frac{1,2 \cdot \sin(x)}{2,5 - x}$ , която е зададена в интервала  $-1 \leq x \leq 2$ .

В дисертационната работа тази задачата е решена по два способа. При решаване на задачата по първия способ определянето на параметрите на правата на най-малките квадрати се подчинява на условието за минимум на функцията (3.13). В този случай са използвани възможностите на приложената програма Mathcad за намиране на минимум на функцията. При решаване на задачата по втория способ търсените параметри се определят въз основа на изведените в дисертацията формули, а конкретните решения отново са проведени в средата на програмата Mathcad.

### 3.4.3. Построяване на модела на правата на най-малките квадрати за закона на Гаус

Разпределението на непрекъснати случайни величини по нормалния закон (закона на Гаус) се получава, когато една случайна величина има множество стойности и те са в резултат на едновременното действие на много, независими и еднородни по своето влияние случайни фактори. При което влиянето на всеки отделен фактор е незначително в сравнение със съвкупността от всички останали фактори.



Фиг.3.8. Функцията  $y = f_r(x)$  и нормален закон за разпределение

За илюстрация на решаването на задачата в условията на този закон на фиг.3.8 са представени функцията  $y = f_r(x)$  (фиг.3.8а) и нормален закон (закон на Гаус) за разпределение на вероятностите (фиг.3.8б) с математическо очакване  $m_x$  в дясната зона от диапазона на измерване. Правата на най-малките квадрати  $y_n = A + B \cdot x$ , показана на фиг.3.8а с прекъснатата линия, е построена въз основа на общите формули (3.14) и (3.15) за пресмятане на параметрите  $A$  и  $B$ . Графичната форма (фиг.3.8б) на функцията за плътността на разпределение на вероятностите на измерваната величина  $p_x = p_x(x)$  дава основание да се предположи, че стойностите на измерваната величина  $x$ , влизаци в доверителния интервал  $[m_x - \Delta_{lim_x}, m_x + \Delta_{lim_x}]$  от диапазона на измерване, са най-вероятни. В съответствие със свойствата на нормалния закон следва, че при стойност на практическото гранично отклонение  $\Delta_{lim_x} = z \cdot \sigma_x = 3 \cdot \sigma_x$  вероятността за попадане на измерваната величина  $x$  в диапазона  $[m_x - \Delta_{lim_x}, m_x + \Delta_{lim_x}]$  е 99,73%. При правилно пресмятане на параметрите  $A$  и  $B$  грешката от апроксимация  $\varepsilon(x, A, B)$  трябва да намалява в дясната половина на диапазона на измерване, пропорционално на увеличаването на стойностите на диференциалната функция на разпределение на вероятностите.

### 3.5. Изводи и констатации

1. Съставена е основната хипотеза за построяване на статичната характеристика по статистически методи, съгласно която: грешките от апроксимиране на тези стойности от измерваната величина, които са по-вероятни да се случат в обхвата на конкретните измервания, трябва да имат по-малка стойност от тези, които са по-малко вероятни. Установено е, че за условията на издигнатата хипотеза задачата за построяване на статичната характеристика може да бъде решена успешно чрез използване на метода на най-малките квадрати.

2. Разработен е математичният модел за построяване на номиналната статична характеристика по метода на най-малките квадрати.

3. Определена е зависимост за изчисляване на средноквадратичната приведена грешка от нелинейност, установяваща степента на приближение на правата на най-малките квадрати към кривата на действителната статична характеристика на измервателното средство.

4. Разработени са модели за построяване на статичната характеристика на измервателните средства по метода на най-малките квадрати за различни диференциални функции на разпределение на измерваната величина. Моделите се основават на два способа, първият от които се подчинява на условието за минимум на основната функция, а вторият - на изведените уравнения за определяне на параметрите на номиналната статична характеристика.

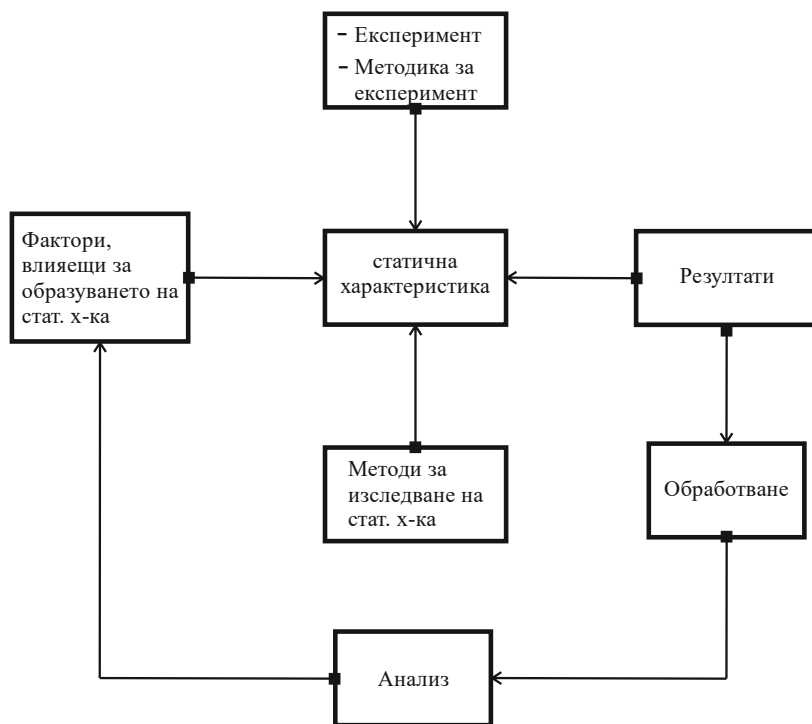
## ГЛАВА IV. МЕТОДИКА ЗА ПРОВЕЖДАНЕ И РЕЗУЛТАТИ ОТ ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИТЕ ИЗСЛЕДВАНИЯ

### 4.1. Обща характеристика на експерименталните изследвания

Основната цел на експеримента в тази работа е да се идентифицират свойствата на изследваните обекти, да се провери валидността на хипотезите и на тази основа да се направи широк и задълбочен анализ на получените резултати.

В основата на всяко едно изследване стои обектът, който се характеризира от определена съвкупност от величини. Обикновено в инженерните науки под обект на изследване се разбира техническа система, машина или изделие, които могат да се разглеждат самостоятелно. В настоящата работа ще бъде приет малко по-различен подход. Като обект на изследване тук ще бъде приета статичната характеристика, а не

съответното измервателно средства, въпреки че тази характеристика е функция и метрологичен показател на този уред. Това дава възможност за едно по-активно изменение на структурата и функциите на обекта на изследване в съответствие с издигнатите хипотези, категорично установяване на нови връзки и отношения между компонентите на обекта и др.



**Фиг.4.1а.** Структурната схема, дефинираща взаимовръзките на основните елементи

В контекста на казаното на фиг.4.1а е представена структурната схема, изразяваща взаимовръзките на основните елементи, които трябва да бъдат взети под внимание при разработване на концепцията на експерименталните изследвания. Както се вижда от фиг.4.1а в основата на тази схема стои експериментът, основната цел на който е да бъде получена действителната статична характеристика по съответните методики.



**Фиг.4.1б.** Общ вид на използвания в експерименталните изследвания калориметър "Parr 6400"

Друг важен елемент от тази структурна схема са методите за изследване на свойствата на статичната характеристика с оглед използването ѝ като основна функция при разработване на моделите и алгоритмите за оценка и корекция на грешките при средствата за калориметрични измервания. Получените резултати могат да бъдат ефективни само тогава когато въз основа на тях е възможно потвърждаването или отхвърлянето на получените теоретични резултати и постановки с голяма достоверност, както и установяване на необходимите коригиращи действия относно факторите, влияещи за формирането на статичната характеристика.

Първата част от експерименталните изследвания в настоящата работа е организирана във вид на констатиращ експеримент. В конкретния случай целта на констатацията експеримент е да бъдат получени необходимите експериментални данни за построяване на действителната статична характеристика. Експерименталните данни са събрани въз основа измервания с помощта на конкретно измервателно средство. Последното представлява калориметър "Pan 6400", а експерименталната работа е извършена в лаборатория "Физика" на Института по технологии в град Кавала, Гърция (фиг.4.1б). Другите два елемента на констатацията експеримент, освен целта, са методиките за провеждането на измервателната работа и структурните схеми, по които се изпълняват измерванията.

#### **4.2. Задачи на експерименталните изследвания и структурни схеми за провеждане на измерванията**

За реализиране на дефинираната по-горе цел на експерименталните изследвания са ясно очертани следните две задачи:

1. Задача за експериментално определяне на действителната статична характеристика.

2. Задача за изследване на грешките от нелинейност на статичната характеристика.

Първата задача има чисто експериментална същност. За нейното решаване обаче трябва да бъдат съставени методиките и структурните схеми за провеждане на измерванията.

Във връзка с прецизността на настоящото изследване и свързаната с това логическа организация на операциите, използвани при разработването на методиката и структурната схема на измерване, е необходимо да бъдат дефинирани ясно понятията грешка на измервателно средство и грешка от нелинейност на статичната характеристика. Според Международния речник по метрология (VIM) грешката на измерване е измерената стойност на величината минус референтната стойност на величината. Грешката от нелинейност представлява разликата между действителната статична характеристика и номиналната функция, която обикновено има линейна зависимост. Номиналната функция обаче не винаги в етапите на експлоатация на измервателното средство се състои от стойности, които в точките на контрол съвпадат със съответните референтни стойности на величината. Така например построяването на номиналната статична характеристика по методите, разгледани в глава трета, се основават на текущите данни, получени от действителната статична характеристика, които в зависимост от метода ще дефинират характеристика, различаваща се в една или друга степен от референтната. От тази гледна точка наименованието "грешка" от нелинейност на статичната характеристика не е достатъчно прецизно. Разгледано в този аспект, за по-точно дефиниране на тази величина може да се счита наименованието "отклонение". От друга страна обаче разликите между действителната статична характеристика и съответстващите стойности на референтен елемент (или на референтни елементи) могат да бъдат определени във всяка точка от измервателната скала. Тогава наименованието "грешка", установено въз основа на разликите между получената чрез интерполиране в съответните точки действителна статична характеристика и референтната, е напълно коректно. Разглеждайки по-детайлно понятието грешка в този случай можем да се изведем твърдението, че правилната

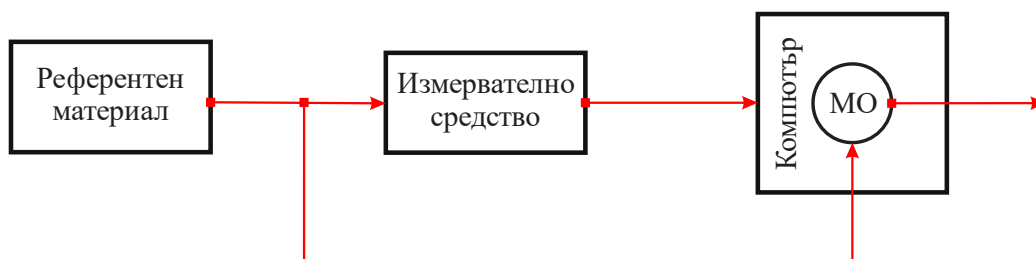
дефиниционна форма е "грешка на измерване в точка на контрол". В VIM последното понятие се дефинира като "грешка на измерване при определена измерена стойност на величина за средство за измерване или измервателна система".

Казаното по-горе определя до голяма степен организациите и начините за изграждане на методиката и структурната схема за провеждане на измерванията както за решаване на първата, така и за втората задача. В резултат на това можем да уточним, че в основата на методиките за решаване на двете задачи ще бъдат заложили преките многократни и равноточни измервания в последователно стоящите по скалата на уреда точки на контрол.

Тъй като дефинираните по-горе две задачи са свързани с понятието грешка (грешка на измерване в точка на контрол) е необходимо измерваната величина по своята физическа същност да представлява референтен елемент. Съгласно характеристиките на изследваното измервателно средство и измерваната величина в този случай, референтният елемент е необходимо да бъде от вида "референтен материал". Последният, според VIM, е материал, който е достатъчно хомогенен и стабилен по отношение на определени свойства и е създаден да бъде подходящ за предвиденото използване в измерване или изследване на номинални свойства.

В практиката обикновено се използват два вида структурни схеми за реализиране на експерименталните изследвания, а именно с отворена и затворена структура. В някои случаи е по-удачно използването на модели с отворена структурна схема. В конкретния случай обаче, вземайки предвид спецификата на измервателното средство и същността на поставените по-горе две задачи, можем да обобщим, че този модел е трудно реализуем. В работата са описани подробно два вида структурни схеми от затворен тип.

Имайки предвид модела на работа на изследвания в този случай вид калориметър, както и характеристиките на входно - изходните величини, става ясно, че организацията на структурната схема за определяне на действителната статична характеристика и изследването на грешките от нелинейност могат да бъдат реализирани преди всичко по представената на фиг.4.2 схема от затворен тип.



Фиг.4.2. Структурна схема от затворен тип

Схемата от фиг.4.2 има по универсален характер, защото тя е подходяща за изследване на различни типове измервателни средства при наличие на един и същ референтен материал. Освен това тази схема се характеризира с по-малка себестойност на експерименталната работа без на практика да се намали точността на изследванията. Ето защо експерименталните изследвания в настоящата работа са проведени въз основа на структурната схема от фиг.4.2.

#### 4.3. Методика за провеждане на експерименталните изследвания и резултати от статистическата обработка на данните

Методиката за експерименталните изследвания се изпълнява в съответствие със структурната схема от фиг.4.2.

Входната величина, съгласно схемата от фиг.4.2, представлява референтен материал, който е достатъчно хомогенен и стабилен по отношение на характеристиките на входно

- изходните параметри на изследваното измервателно средство. Като се има предвид формула (1.6) следва, че определящият параметър, чрез който референтният материал участва в модела на измерване, е масата  $m_s$  на това вещество. Изходният параметър (стойността, получена в резултат на измерване) за изследваното измервателно средство е енергийният капацитет на измерваното вещество с маса  $m_s$ . Тъй като енергийният капацитет на измерваното вещество е в пряка зависимост, съгласно функцията на измерване (1.6), с изменението на температурата на водата в калориметъра  $T_\Delta$ , която се измерва в края на измервателната верига на уреда, е удачно в разработваната методика като изходен параметър да бъде използвана величината  $T_\Delta$ .

Измерванията се извършват в серии, всяка една от които се състои от десет последователни точки ( $k = 10$ ) по размерната скала на входната величина. Последната е масата на референтния материал, чиято начална стойност е  $m_0 = 1g$ . Всяка следваща точка от скалата на входната величина се получава от равенството  $m_{j+1} = m_j + \Delta m$ , където  $\Delta m = 0,1g$ . Броят на провежданите серии измервания е  $N = 35$ .

Измерванията започват с първата серия в десетте последователни точки ( $k = 10$ ) по размерната скала на входната величина. Първата маса, за която се провеждат измервания е  $m_1 = 1,1g$ . Резултатите се записват в масив от данни на променливата  $y_i^j$ , в който управляващата променлива  $j$  на този цикъл (означена в обработващия алгоритъм като външна променлива), организираща промяната на масата  $m_j$ , се изменя чрез брояча  $j = j + 1$ , докато достигне стойност  $j = k = 10$ .

След завършване на първия цикъл, измерванията продължават с втората серия, която се инициализира в обработващия алгоритъм чрез промяна на вътрешната променлива  $i$ , определяща номера на последователно получените стойности на измерваната величина за всяка една от точките на размерната скала на входната величина  $m_j$ . Броят на вътрешната променлива  $i$  се изменя в последователност  $i = i + 1$  докато достигне стойност  $i = n = 35$ .

Масивите от данни се записват във вид на матрици  $M_i^j$ , които са с размерност  $I \times J$ . Броят на колоните  $J$  в тези матрици е равен на броя на точките от размерната скала на входната величина  $m_j$ , т.е.  $j = 1, 2, 3, \dots, k=10$ . Броят на редовете се определя от броя на стойностите на измерваната величина за всяка една от последователните точки на контрол, т.е.  $i = 1, 2, 3, \dots, n=35$ .

Записването на данните в матрици от вида  $M_i^j$  дава възможност да се определят статистическите характеристики за всяка една от колоните  $J$ , което дава решение за основните параметри на търсените величини. При което оценката на средно-аритметичната стойност на измерваната величина в  $j$ -та точка на контрол ще бъде:

$$\tilde{y}_i^j = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n y_i^j, \quad (4.1)$$

където  $y_i^j$  -  $i$ -та стойност, измерена от изследваното измервателно средство в  $j$ -та точка на контрол, когато входната величина има стойност  $m_j$ .

Оценката на средно-квадратичното отклонение на величината  $y_i^j$  в  $j$ -та точка на контрол се изчислява по формулата

$$\tilde{\sigma}_j(y_i^j) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i^j - \tilde{y}_i^j)^2}. \quad (4.2)$$

Тъй като основната цел на изследването е оценката на средно-аритметичната стойност на измерваната величина в  $j$ -та точка, то е необходимо да се определи нейното средно-квадратично отклонение, като за целта се използва формулата [86]

$$s_j(\tilde{y}_i^j) = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \tilde{\sigma}_j(y_i^j). \quad (4.3)$$

Границите на оценката на средно-аритметичната стойност на измерваната величина в  $j$ -та точка на контрол, определени за доверителна вероятност  $\alpha = 95\%$  и нормално разпределение могат да се изчислят чрез

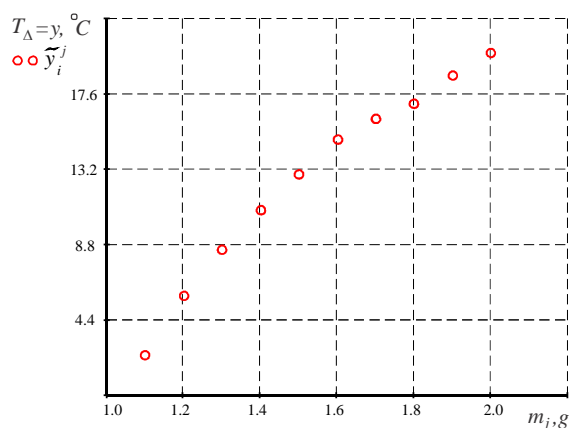
$$\tilde{y}_{i\max}^j = \tilde{y}_i^j + 2 \cdot s_j(\tilde{y}_i^j); \quad \tilde{y}_{i\min}^j = \tilde{y}_i^j - 2 \cdot s_j(\tilde{y}_i^j), \quad (4.4)$$

а съответните граници на величината  $y_i^j$  ( $i$ -та стойност, измерена от изследваното измервателно средство в  $j$ -та точка на контрол, когато входната величина има стойност  $m_j$ ) ще се определят от изразите

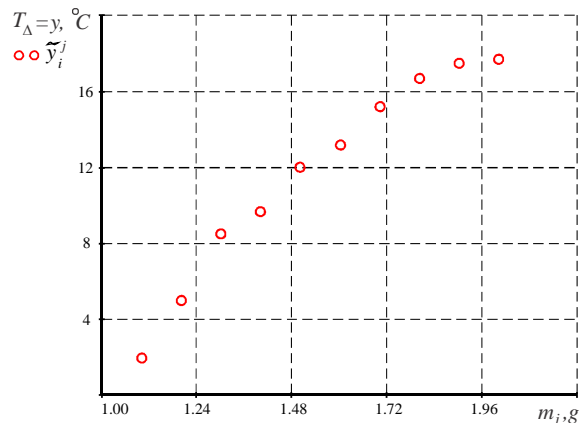
$$y_{i\max}^j = \tilde{y}_i^j + 2 \cdot \tilde{\sigma}_j(y_i^j); \quad y_{i\min}^j = \tilde{y}_i^j - 2 \cdot \tilde{\sigma}_j(y_i^j). \quad (4.5)$$

В конкретните изследвания са използвани два вида вещество, които условно ще означим с *материал А* и *материал В*. И двете вещества притежават всички необходими свойства и са създадени за използването им като референтен материал за калориметри от вида на използвания в изследванията уред.

След провеждане на измерванията съгласно приведената по-горе методика и обработването на данните за получаване на оценката (4.1) са получени резултати, които са представени в графичен формат на фигури 4.4 и 4.5.

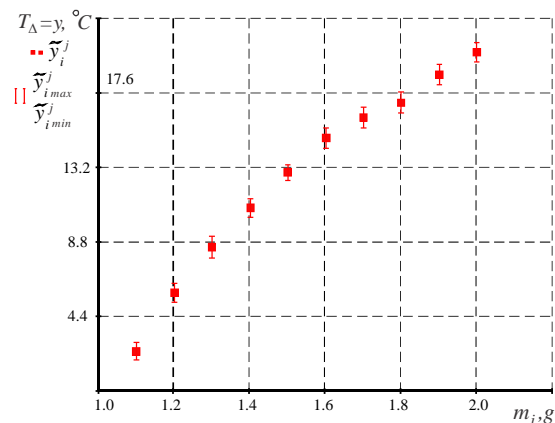


**Фиг.4.4.** Резултати за оценката на средно-аритметичната стойност за материал А

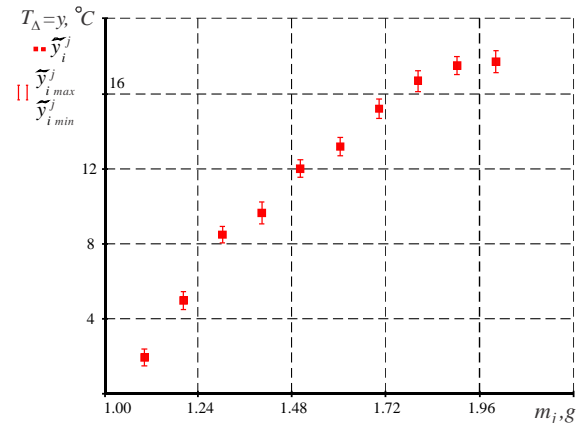


**Фиг.4.5.** Резултати за оценката на средно-аритметичната стойност за материал В

Разпределението на границите на оценката на средно-аритметичната стойност на измерваната величина при доверителна вероятност  $\alpha = 95\%$  и нормално разпределение спрямо последователните точки на контрол от размерната скала на входната величина  $m_j$  е показано на фигури 4.6 и 4.7.



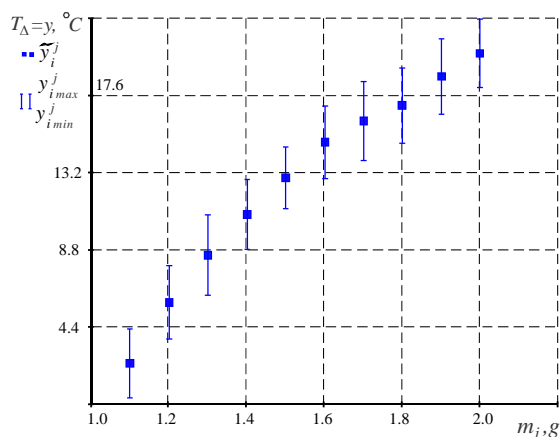
**Фиг. 4.6.** Граници на оценката  $\tilde{y}_i^j$ , получени при изследване с материал А



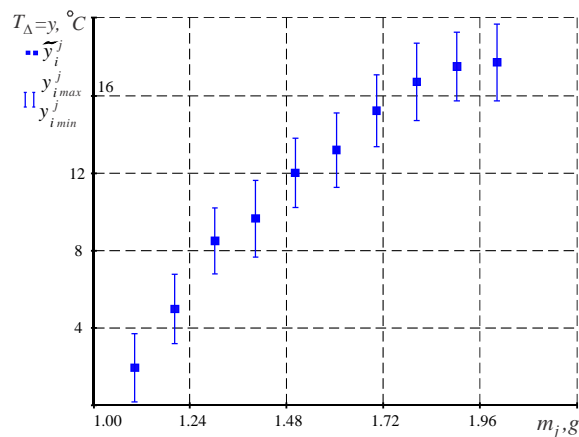
**Фиг. 4.7.** Граници на оценката  $\tilde{y}_i^j$ , получени при изследване с материал В



На фигури 4.8 и 4.9 са представени границите на величината  $y_i^j$  в точките на контрол при изследване с двата вида референтен материал.



**Фиг. 4.8.** Граници на величината  $y_i^j$ , получени при изследване с материал А



**Фиг. 4.9.** Граници на величината  $y_i^j$ , получени при изследване с материал В

Една от основните задачи в тази част от работата се състои в това да се намери такава функция сред ограничен клас, която да се приближава до (да апроксимира) дадена целева функция по определен начин. В този случай целевата функция се дефинира от получените по експериментален начин оценки на средно-аритметичната стойност на измерваната величина в последователните точки на контрол.

В действителност, на всяка една стойност на аргумента  $m_j$  отговаря множество стойности  $y_i^j$  ( $y_1^j, y_2^j, y_3^j, \dots, y_n^j$ ), следствие на което се получава така нареченото поле на корелация при изменение на  $m_1, m_2, m_3, \dots, m_k$ . За всяка една стойност на  $m_j$  е намерена оценката на средно-аритметичната стойност на измерваната величина  $\tilde{y}_i^j$  чрез модела (4.1). Начупената линия, която съединява средните стойности, представени на фигури 4.4 и 4.5, е експерименталната (емпиричната) регресионна зависимост. Ако броят на точките в даден интервал расте неограничено,  $n \rightarrow \infty$  и  $\Delta m \rightarrow 0$ , експерименталната крива ще се доближава до теоретичната крива на регресия, а нейният аналитичен вид до съответния регресионен модел. Регресионният анализ показва взаимните отношения между променливите, които в контекста на разглежданата задача могат да бъдат интерпретирани като причинно-следствени. Предназначен е за решаване на общи задачи – относно вида на зависимостта, определяне функцията на тази зависимост, количествено определяне параметрите на избраната функция.

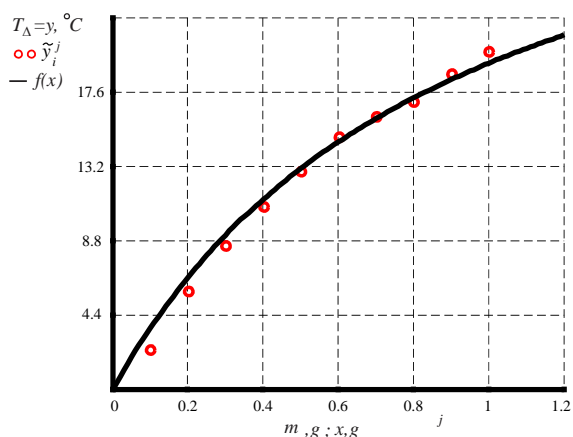
Изборът на конкретната функция в този случай се основава на анализа на статичната характеристика на уредите за калориметрични измервания, които бе направен в глава 1. Там бе установено, че основният елемент, оказващ най-силно влияние върху формирането на действителната статична характеристика е модулът, в който се измерва температурата на водата. При което теоретичният модел на статичната характеристика се изразява с нелинейната зависимост (1.66), която, приведена към контекста на казаното по-горе, ще има вида

$$y = \frac{A \cdot x}{1 + B \cdot x}, \quad (4.6)$$

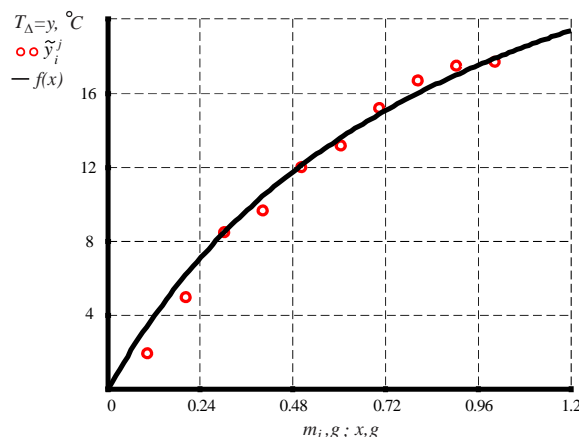
където  $A$  и  $B$  са коефициенти, които доближават теоретичната крива до експерименталните резултати съобразно избрания критерий по възможно най-добрия начин.

За определяне на параметрите  $A$  и  $B$  е удачно да се използва някоя от приложните математически програми като Matlab, Mathcad и др. В конкретния случай са използвани

функциите за регресионен анализ на приложния продукт Mathcad и по-специално вградената функция `linfit`. Функцията `linfit(vx,vy,F)` връща вектор, съдържащ коефициенти, използвани за създаване на линейна комбинация от функции (дефинирани в матрицата  $F$ ), които дават най-добра апроксимация на данните, записани във векторите  $vx$  и  $vy$ .



**Фиг.4.10.** Графичен вид на функцията (4.7) и оценката на средно-аритметичната стойност за материал A



**Фиг.4.11.** Графичен вид на функцията (4.8) и оценката на средно-аритметичната стойност за материал B

Въз основа на експериментално получените данни от фигури 4.4 и 4.5 и работата на вградената функция `linfit`, в която елементът  $F$  се определя само от една функция от вида (4.6), са установени следните зависимости, дефиниращи действителните статични характеристики на изследваното измервателно средство при изследване с два различни референтни материала:

$$y(x) = \frac{40,58 \cdot x}{1 + 1,1 \cdot x}; \quad (4.7)$$

$$y(x) = \frac{37,48 \cdot x}{1 + 1,1 \cdot x}. \quad (4.8)$$

На фигури 4.10 и 4.11 е показан графичният вид на функциите (4.7) и (4.8), както и точките на оценката (4.1), чийто стойности по двете координати формират векторите  $vx$  и  $vy$ .

Както беше посочено в глава 1, общият вид на статичната характеристика е:

$$y = f(x), \quad (4.9)$$

която съобразно действителните входно-изходни величини и означенията, приети в 1-ва глава, може да бъде записана като

$$T_A = f(m_s), \quad (4.10)$$

където  $m_s$  - масата на веществото, с което се провежда експерименталната работа.

Действителната статична характеристика, получена от експериментални данни, беше означена в глава втора чрез равенството  $y = f_r(x)$ , за разлика от номиналната статична функция  $y = f_n(x)$ . С цел опростяване на записа в следващия материал, действителната статична характеристика ще бъде означавана чрез модела (4.9).

#### 4.4. Анализ на грешката от нелинейност на статичната характеристика въз основа на експерименталните резултати

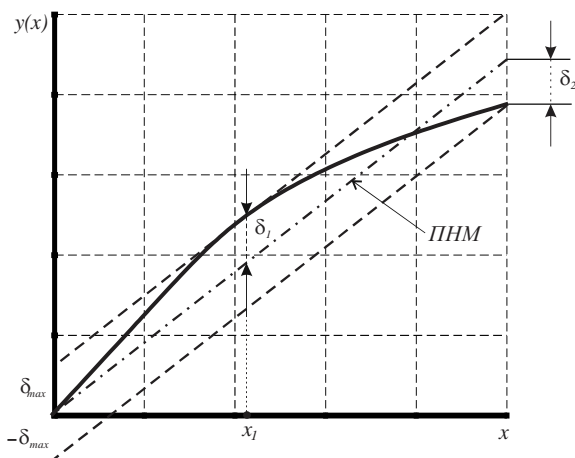
##### 4.4.1. Характеристика на видовете модели за изследване на грешката от нелинейност

В зависимост от факторите, влияещи за образуването на грешката от нелинейност на

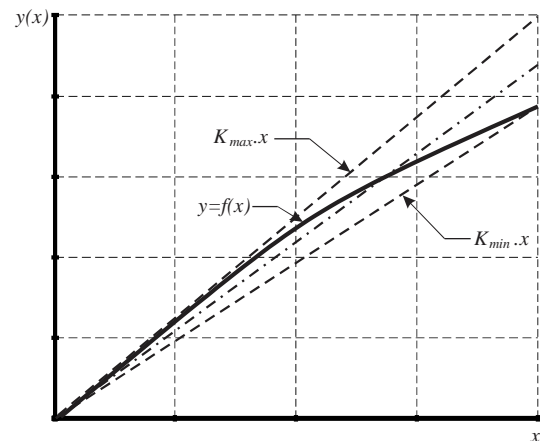
статичната характеристика, тя може да бъде систематизирана в следните два вида [32]:

- адитивна;
- мултипликативна.

Границите на изменение на адитивната грешка са показани на фиг. 4.12. Тези граници съответстват на структурна схема на измервателното средство, към която по специфичен начин са приложени смущаващите фактори, водещи до появата на адитивната грешка от нелинейност на статичната характеристика. Като база за разработване на тази структурна схема е използвана структурата за образуване на статичната грешка от фиг.1.7. При което, линеаризираната структурна схема, съответстваща на адитивна грешка от нелинейност на статичната характеристика, ще има вида, показан на фиг.4.13. В този случай се приема, че инерционността на измервателното средство не влияе върху резултата от измерване, т.е.  $W_0(p)=1$ .

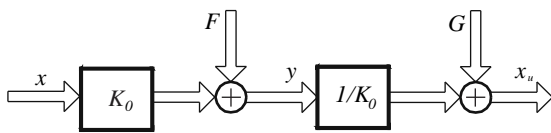


**Фиг.4.12.** Граници на изменение на адитивната грешка

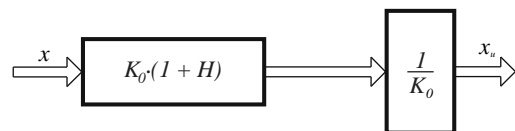


**Фиг.4.13.** V-образно изменение на границите при мултипликативен характер на грешката

На фиг.4.14 са показани факторите, предизвикващи грешката в показанието  $x_u$ , дължаща се на нелинейността на статичната характеристика на измервателното средство. В този случай такъв фактор се явява вътрешното адитивно смущение  $F$ , приложено към измервателно средство с коефициент на чувствителност  $K_0$ . Според фиг.4.12 коефициентът на чувствителност ще бъде равен на  $K_0=B$ , където  $B$  е коефициентът на наклона на правата на най-малките модули. Това съответства на еквивалентно адитивно смущение  $G = F / K_0$  на изхода на измервателното средство.



**Фиг.4.14.** Линеаризирана структурна схема на измервателно средство с фактори, предизвикващи появата на адитивната съставляваща в грешката от нелинейност



**Фиг.4.15.** Линеаризираната структурна схема на измервателно средство, съответстваща на мултипликативната грешка от нелинейност

Ако грешката от нелинейност има мултипликативен характер, границите на изменение на тази грешка се изменят както е показано на фиг.4.13. В този случай факторът, оказващ най-силно влияние за образуване на грешката, е относителното изменение на коефициента на чувствителност на измервателното средство

$$H = \frac{\Delta K}{K_0}, \quad (4.11)$$

където  $K_0 = \frac{(K_{max} + K_{min})}{2}$  е средната стойност на коефициента на чувствителност;  $K_{max}$  и  $K_{min}$  - максималната и минималната стойности на коефициента на чувствителност, съответстващи на  $V$  - образно изменение на границите, обвиващи кривата на статичната характеристика на измервателното средство.

Ето защо в този случай всички фактори, водещи до нестабилност на коефициента на чувствителност на измервателното средство, се отчитат чрез параметрите на относителната грешка на общия коефициент на чувствителност, а линеаризираната структурна схема, съответстваща на мултипликативната грешка от нелинейност на статичната характеристика, ще има вида, показан на фиг.4.15.

#### 4.4.2. Анализ на грешката от нелинейност на статичната характеристика

Грешката от нелинейност на статичната характеристика, когато графиката на апроксимиращата права преминава през началото на координатната система, се определя от израза

$$\varepsilon(x) = f(x) - K_0 \cdot x. \quad (4.12)$$

От една страна функцията  $f(x)$  е получена въз основа на оценките (4.1), които в общия аспект на статистическата теория имат систематичен характер. От тази гледна точка грешките (4.12) за последователните стойности на аргумента  $x$  (измерваната величина) при конкретен образец измервателен уред би следвало да бъдат систематични грешки. От друга страна обаче, измерваната величина  $x$  има случаен характер, а оценките  $\tilde{y}_i^j$  се получават в случайното поле на корелация на величината  $y_i^j$  ( $y_1^j, y_2^j, y_3^j, \dots, y_n^j$ ). Ето защо изследването на грешката от нелинейност на базата на нейния случаен модел е много по-коректно.

Математическото очакване и дисперсията на величината  $\varepsilon(x)$  могат да се изчислят въз основа на формули (3.9) и (3.10), като в този случай ще имат следния вид:

$$m_\varepsilon = M[\varepsilon(x)] = \int_{x_{min}}^{x_{max}} p_x(x) \cdot \varepsilon(x) \cdot dx, \quad (4.13)$$

$$D_\varepsilon = \int_{x_{min}}^{x_{max}} p_x(x) \cdot [\varepsilon(x) - m_\varepsilon]^2 \cdot dx, \quad (4.14)$$

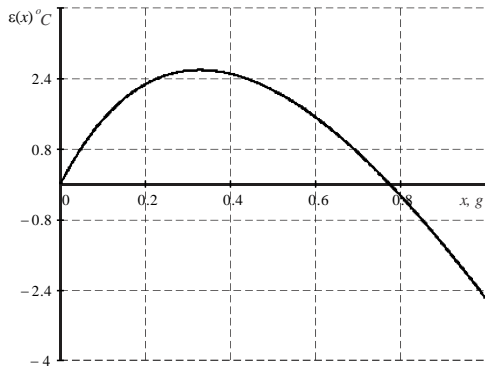
където  $p_x(x)$  е плътността на разпределение на вероятностите на измерваната величина  $x$ ;  $x_{min}, x_{max}$  - границите на измервателния диапазон (според фигури 4.12 и 4.13,  $x_{min} = 0$ ).

Въз основа на теоретичните постановки, разработени както в предходните глави, така и в настоящата, следва, че анализът на грешката на измервателното средство, дължаща се на нелинейността на статичната характеристика, е целесъобразно да бъде проведен въз основа на пет основни модела. Последните са създадени на базата на: факторите, влияещи за образуването на грешката от нелинейност на статичната характеристика; модела на апроксимиращата права; първоначалните условия за систематичната съставляваща на грешката на измервателното средство и др.

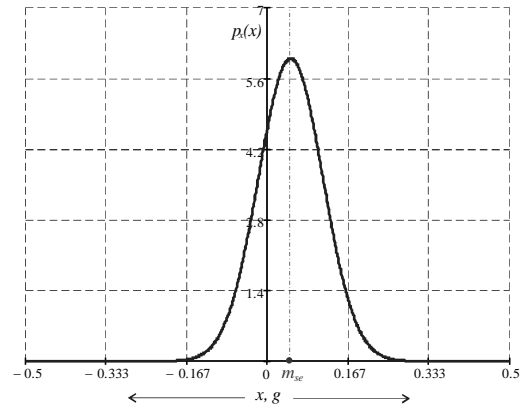
#### Модел 1

Първият модел е съставен за линеаризирана структурна схема на измервателното средство с фактори, предизвикващи появата на адитивната съставляваща в грешката от нелинейност. Апроксимиращата права е построена по метода на най-малките модули с уравнение  $y(x) = B \cdot x$ . Измерваната величина е зададена в интервала  $0 \leq x \leq Ig$ , а зависимостта, дефинираща действителната статична характеристика, е получена от

експерименталните данни при изследване на материал  $A$  и има вида (4.7).



**Фиг.4.17.** Грешка от нелинейност на статичната характеристика за модел 1



**Фиг.4.18.** Разпределение на грешката в резултата от измерване за модел 1

В дисертационната работа е представена системата уравнения, определяща условията за равноотдалеченост на правата на най-малките модули. Решенията са извършени в средата на програмния продукт Mathcad. Стойностите на грешката от нелинейност  $\varepsilon(x)$  са представени в графичен формат на фиг.4.17. Диференциалната функция на разпределение на статичната грешка в резултата от измерване  $\varepsilon_{se}$ , дължаща се на нелинейността на статичната характеристика, при нормален закон е илюстрирана графично от кривата, показана на фиг.4.18.

### Модел 2

Модел 2 се различава от модел 1 по това, че е зададено допълнително условие, според което изборът на коефициента на наклона на апроксимиращата права  $y(x) = K_0 \cdot x$  се подчинява на изискването за нулева стойност на систематичната съставляваща на статичната грешка в резултата от измерване, т.е.  $m_{se} = 0$ . Тук лесно може да се изведе формулата

$$K_0 = \frac{\int_0^{x_{max}} p_x(x) \cdot f(x) \cdot dx}{\int_0^{x_{max}} x \cdot p_x(x) \cdot dx}. \quad (4.22)$$

Съответстващата стойност на дисперсията на абсолютната статична грешка на резултата от измерване ще бъде:

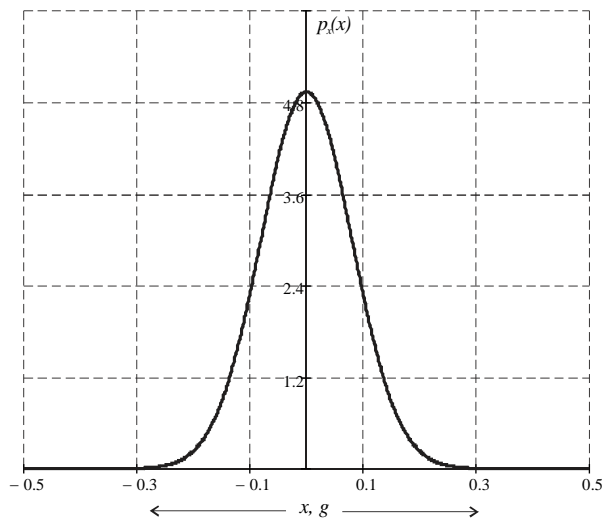
$$D_{se} = \frac{1}{K_0^2} \cdot \int_0^{x_{max}} p_x(x) \cdot [f(x) - K_0 \cdot x]^2 \cdot dx. \quad (4.23)$$

Както се вижда от (4.23), дисперсията на грешка в резултата от измерване, дължаща се на нелинейността на статичната характеристика на измервателното средство, е определена въз основа на разпределението на вероятностите  $p_x(x)$  на измерваната величина  $x$ . От друга страна обаче, разпределението на грешката в резултата се подчинява на свой собствен закон, зависещ от множество фактори, свързани с измервателното средство, условията на измерване, първоначалната настройка на уреда и др.

Графичният вид на разпределението на вероятностите на абсолютната статична грешка на резултата от измерване за представените в (4.24) стойности на параметрите и теоретично разпределение на тази грешка по закона на Гаус е показан на фиг.4.19.

Вижда се, че дисперсията на случайната съставляваща на грешка на резултата от измерване в този случай превишава по стойност дисперсията на тази грешка, получена

при определяне на апроксимиращата права според условията в модел 1. От друга страна обаче, систематичната съставляваща в модел 2 има нулева стойност, за разлика от аналогичната грешка в модел 1.

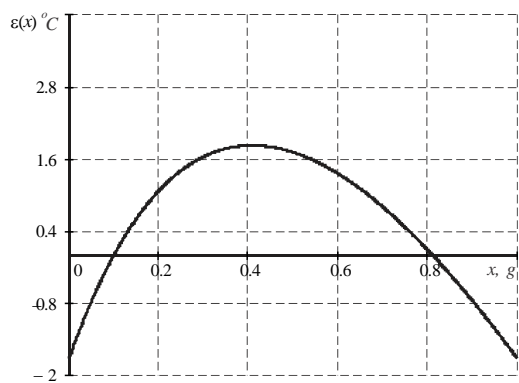


Фиг.4.19. Разпределение на грешката в резултата от измерване за модел 2

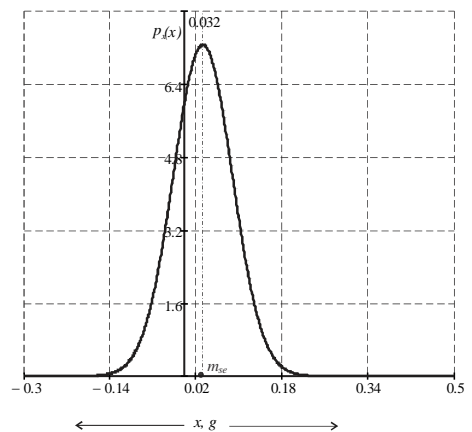
### Модел 3

В този модел, за разлика от предните два модела, изборът на уравнението на правата на най-малките модули не се ограничава от условието  $f(0) = 0$ .

В този случай системата от нелинейни алгебрични уравнения е съставена въз основа на построената схематично графика на статичната характеристика, представена в дисертационната работа. Решенията са получени въз основа на програмния продукт Mathcad, а функцията на грешката от нелинейност  $\varepsilon(x)$  за условията на задачата според модел 3 е представена в графичен формат на фиг.4.21.



Фиг.4.21. Грешка от нелинейност на статичната характеристика за модел 3



Фиг.4.22. Разпределение на грешката в резултата от измерване за модел 3

При нормален закон на разпределение на грешката в резултата от измерване на изследваното измервателно средство, функцията, описваща това разпределение, ще има вида, показан на фиг.4.22.

Вижда се, че както систематичната, така и случайната съставляваща на грешката в резултата, приемат по-малки стойности при апроксимиране на статичната характеристика в условията на този модел в сравнение с първия модел. Дисперсията на

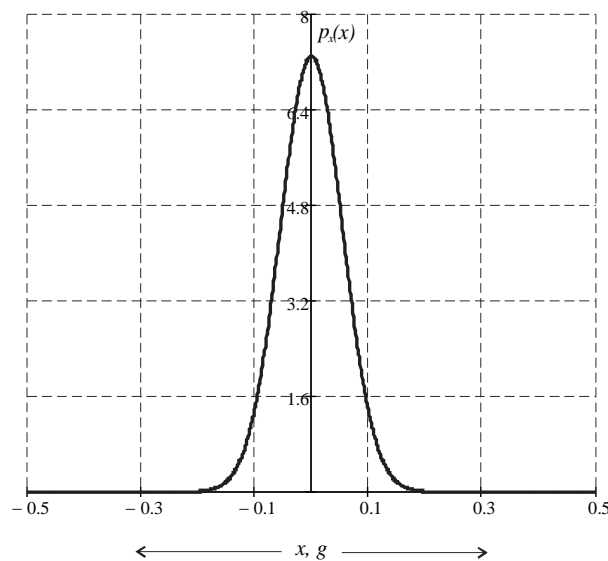
случайната съставляваща в този случай е с повече от два пъти по-малка от стойността на тази величина, изчислена в условията на модел 2.

#### Модел 4

Изборът на параметрите  $A$  и  $B$  на апроксимиращата права  $y_n(A, B) = A + B \cdot x$  за този модел се подчинява на следните две условия:

$$m_{se} = 0; \quad D_{se} = \min. \quad (4.29)$$

Ясно е, че изпълнението на условията (4.29) може да се реализира само чрез прилагане на оптимизационен критерий в задачата за построяване на апроксимиращата права. В този случай правата на статичната характеристика може да бъде построена по метода на най-малките квадрати, чието средноквадратично отклонение от кривата  $y = f(x)$  в интервала  $x_{min} \leq x \leq x_{max}$  има минимум.



**Фиг.4.23.** Разпределение на грешката в резултата от измерване за модел 4

Изведените в този модел формули, които са представени в дисертационната работа, позволяват да се определи такава апроксимираща права, при която систематичната и случайната съставляващи на абсолютната грешка на резултата от измерване имат най-малки значения. Това твърдение е илюстрирано в графичен вид на фиг.4.23, където е представено вероятностното разпределение на случайната грешка.

#### Модел 5

Модел 5 съответства на мултипликативен характер на грешката от нелинейност и  $V$ -образно изменение на границите, обвиващи кривата на статичната характеристика на измервателното средство (фиг.4.13). В този случай относителната грешка на общия коефициент на чувствителност  $H = \Delta K / K_0$ , както и грешката от нелинейност, зависят от измерваната величина. Въз основа на това твърдение може да се изведе равенството

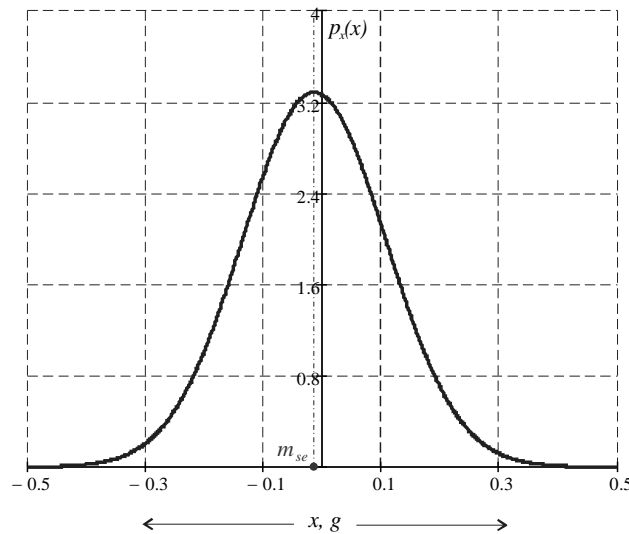
$$H = \frac{\Delta K}{K_0} = \frac{1}{K_0} \cdot \left[ \frac{f(x)}{x} - 1 \right] = \frac{f(x)}{K_0 \cdot x} - 1. \quad (4.33)$$

От (4.33) следва, че

$$m_H = \int_{x_{min}}^{x_{max}} p_x(x) \cdot \left[ \frac{f(x)}{K_0 \cdot x} - 1 \right] \cdot dx, \quad (4.34)$$

$$D_H = \int_{x_{min}}^{x_{max}} p_x(x) \cdot \left[ \frac{f(x)}{K_0 \cdot x} - l - m_H \right]^2 \cdot dx.$$

В този случай, съгласно схемата от фиг.4.15 е необходимо да се приеме, че  $F = G = 0$ .



**Фиг.4.26.** Разпределение на грешката в резултата от измерване за модел 5

Както се вижда от представеното на фиг.4.26 вероятностно разпределение на грешката в резултата от измерване, систематичната съставляваща е изместена в ляво от нулата на абсисната ос, а вероятностните граници на изменение на случайната съставляваща имат най-големи стойности в сравнение с аналогичните грешки в предходните модели.

#### **4.4.3. Анализ на грешката в резултата от измерване**

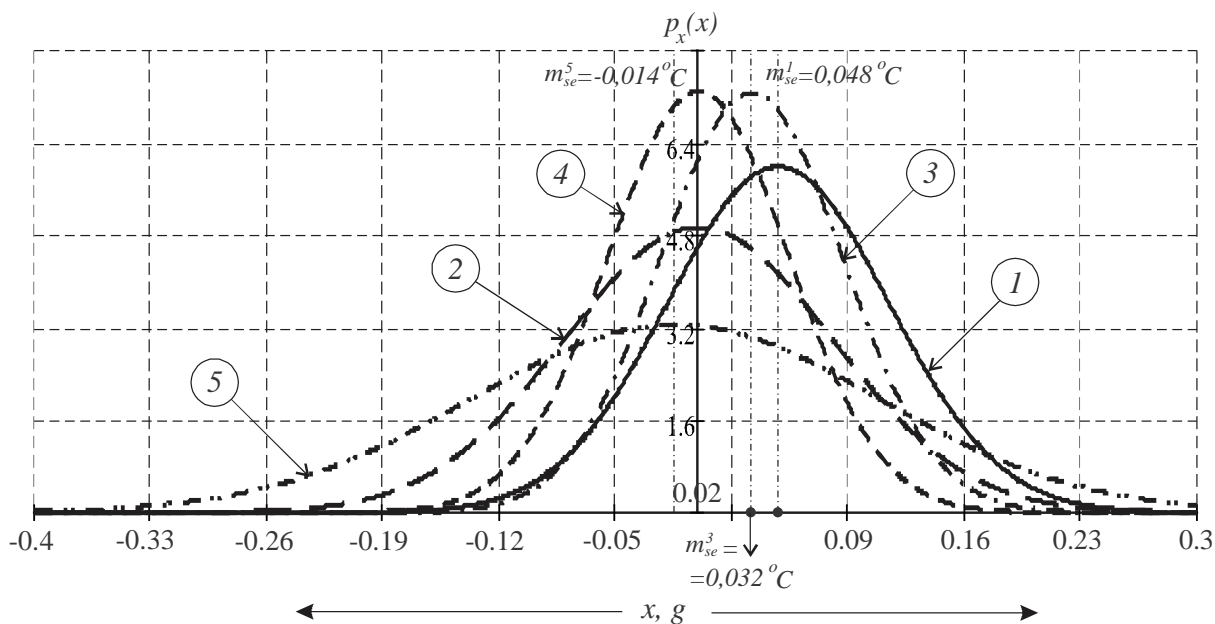
Анализът на точността в настоящата работа е проведен в условията на статичен режим на работа на измервателните средства. Динамичният режим на работа не е обект на обсъждане в това изследване, защото се счита, че динамичната грешка не оказва съществено влияние върху формирането на сумарната грешка. Ето защо под грешка на измерване  $\varepsilon_{se}$  ще се разбира разликата между измерената и референтната стойност на величината в статичен режим. Тази грешка е приведена към изхода на измервателното средство и се определя в  $^{\circ}C$ , за разлика от въведената в т.1.4.2 абсолютна грешка  $\varepsilon_{abs}$ , която е дефинирана спрямо входа.

Проведените изследвания на характеристиките на грешката на измерване въз основа на дефинираните по-горе пет модела обхващат пълния спектър от фактори, влияещи върху формирането на тази грешка. На фиг.4.27 са показани графиките на плътността на разпределение на вероятностите на грешката на измерване  $\varepsilon_{se}$  за разгледаните пет способа за апроксимация на статичната характеристика на измервателното средство при изследване с *референтен материал А*. Номерата на кривите от фиг.4.27 съответстват на номерата на моделите, разгледани в преходната точка. Във всичките пет модела е прието законът за разпределение на грешката на измерване да съвпада със закона на Гаус.

Съвместното представяне на кривите на петте разпределения дава възможност да се извърши сравнителен анализ на характеристиките на моделите. При модели 1, 2, 3 и 5 са определени характеристиките на систематичната и случайната съставляващи на  $\varepsilon_{se}$  при въведено коригиращо звено. Както се вижда от фигурата, систематичните грешки за всички модели са сравнително малки по стойност и са групирани в тесни граници,



което се обяснява с условията на задачите, поставени в съответните модели. Модел 5 се характеризира с най-големи стойности на вероятностни граници за попадане на случайната грешка, поради мултипликативния характер на изменение на грешката от нелинейност.



**Фиг.4.27.** Семейство криви на плътността на разпределение на вероятностите на грешката на измерване

Най-благоприятният случай, характеризиращ се с най-малки стойности на систематичната и случайната съставляващи, е модел 4. Точността на този модел се обуславя от оптимизационния критерий, въведен при апроксимацията на статичната характеристика на измервателното средство. Критерият се основава на метода на най-малките квадрати и беше разгледан подробно в глава 3. От кривите на фиг.4.27 се вижда, че апроксимацията чрез модел 3 дава резултати, отнасящи се до случайната съставляваща, близки до тези на модел 4. Способът за апроксимиране на статичната характеристика по модел 2 намалява систематичната грешка до нулеви стойности, но това води до увеличаване на размера на случайната компонента. Завишени стойности на систематичната грешка се забелязват в модел 1.

От направения сравнителен анализ следва, че най-добри резултати, свързани с оценката на грешката на измерване, се получават при апроксимиране на статичната характеристика по модели 4 и 3. Най-голяма е случайната съставляваща на грешката в резултата от измерване при построяване на статичната характеристика по модел 5, а систематичната съставляваща - по модел 1.

#### 4.5. Изводи и констатации

1. Съставена е структурната схема, дефинираща взаимовръзките на основните елементи, които трябва да бъдат взети под внимание при разработване на организацията на експерименталните изследвания в съответствие с целите и задачите на настоящата работа.

2. Изведени са основните задачи за експерименталните изследвания и са анализирани характеристиките, както и дефиниционните понятия на грешката от нелинейност на статичната характеристика.

3. Разработена е методика за експериментално определяне на действителната статична характеристика на калориметър "Parr 6400" и изследване на грешките от нелинейност на статичната характеристика.

4. Въз основа на факторите, влияещи за образуването на грешката от нелинейност на

статичната характеристика, са съставени пет модела за изследване на нейните характеристики. Последните са създадени на базата на теоретичните постановки, изведени в настоящата работа.

5. Резултатите, получени от проведените изследвания и извършеният анализ на характеристиките на грешката от нелинейност въз основа на дефинираните пет модела, обхващат пълния спектър от фактори, влияещи върху формирането на тази грешка, и определят практическата полезност на основните постановки, изведени в тази работа.

### **ПРИНОСИ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД**

В резултат на извършената теоретична и експериментална работа, свързана с решаването на поставените в дисертацията цели и задачи, са постигнати следните резултати с научно-приложна и приложна стойност:

#### **НАУЧНО-ПРИЛОЖНИ ПРИНОСИ**

1. Формулирано е ново дефиниционно понятие на една от основните характеристики в теория на статичните измервания, а именно - статичен режим на измерване, което е изведено въз основа на анализа на съставените математични модели, дефиниращи измервателните режими, както и условията, които ги обуславят.

2. Съставен е математичният апарат, необходим за построяването на номиналната статична характеристика по метода на най-малките модули и определяне както на абсолютната грешка от нелинейност, така и на максималната приведена грешка.

3. Разработен е математичният модел за построяване на номиналната статична характеристика по вероятностна хипотеза, съгласно която: грешките от апроксимиране на тези стойности от измерваната величина, които са по-вероятни да се случат в обхвата на конкретните измервания, трябва да имат по-малка стойност от тези, които са по-малко вероятни. Моделът позволява да се повиши съществено точността на измерване чрез намаляване в реално време на стойността на грешката от нелинейност.

4. Разработена е методика за експериментално определяне на действителната статична характеристика на калориметър "Paq 6400" и изследване на грешките от нелинейност на статичната характеристика.

#### **ПРИЛОЖНИ ПРИНОСИ**

1. Разработена е структурната схема на калориметричните измервания, дефинираща възможно най-всеобхватно участващите елементи и техните взаимовръзки, на базата на която е извършен цялостен анализ в метрологичен аспект с оглед създаване на подходящи модели и алгоритми за оценка и корекция на грешките при този вид измервателни средства.

2. Разработен е математическият модел за определяне и изследване на грешките при калориметрични измервания въз основа на свойствата и специфичните особености на косвените методи за измерване.

3. Въз основа на съставената структурна схема за формиране на статичната грешка са изведени моделите за нейното пресмятане чрез привеждане към входа и изхода на уреда, а величините, участващи в тези модели могат да бъдат определени по статистически методи.

4. Разработен е математичният модел на изходното звено на калориметричните измервателни средства, оказващ основно влияние при формиране на техните метрологични характеристики. Въз основа на метода на най-малките модули са създадени модел и методика за определяне на оптималните стойности на параметрите на теоретичната статична характеристика за този тип измервателни средства.

5. Съставен е математичният модел на измервателно средство, изразен чрез статичната характеристика, на базата на който са обобщени условията, гарантиращи близостта на статичната характеристика до праволинейната ѝ форма.

6. Съставена е методика за построяване на номиналната статична характеристика и определяне на грешката от нелинейност според принципа за равноотдалеченост спрямо действителната статична характеристика в границите на зададения диапазон на измерване.

7. Разработен е модел за построяване на номиналната статична характеристика и определяне на грешката от нелинейност въз основа на условието за минимизиране на неявно зададена функция на два аргумента.

8. Съставен е алгоритъм за програмно решаване на задачите за построяване на правата на най-малките модули и определяне на грешката от нелинейност. Въз основа на алгоритъма са разработени програми в средата на приложния пакет Mathcad, построени съответно в цикъл за една и две променливи.

9. Изведени са обобщени формули, дефиниращи основните параметри за построяване на правата на най-малките модули и определяне на грешката от нелинейност, за някои по-характерни измервателни устройства.

10. Разработени са модели за построяване на статичната характеристика на измервателните средства по метода на най-малките квадрати за различни диференциални функции на разпределение на измерваната величина. Моделите се основават на два способа, първият от които се подчинява на условието за минимум на основната функция, а вторият - на изведените уравнения за определяне на параметрите на номиналната статична характеристика.

11. Въз основа на факторите, влияещи за образуването на грешката от нелинейност на статичната характеристика, са съставени пет модела за изследване на нейните характеристики.

#### **СПИСЪК НА ПУБЛИКАЦИИТЕ ПО ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД**

1. Dichev, D., F. Kogia, H. Koev, D. Diakov. Method of Analysis and correction of the Error from Nonlinearity of the Measurement Instruments. Journal of Engineering Science and Technology Review. Volume 9, Issue 6, 2016, pp. 116-121, ISSN 1791-2377. ***SJR (SCImago Journal Rank): 0,160; IPP: 0,834; SNIP: 0,552 (2015-Scopus)***

2. Dichev, D., F. Kogia, H. Hristov, T. Karadzhov. Models for Investigating Nonlinearity Errors of Static Characteristics. Proceedings of University of Ruse, vol. 57, book 2, pp. 82-88, 2018. ISSN 1311-3321.

3. Dichev, D., F. Kogia, H. Koev. Models for Construction of Static Characteristic of Measuring Instruments. International Scientific Conference „UNITECH'16”, book 3, pp. 283-288, November 2016, Gabrovo. ISSN 1313-230X.

4. Dichev, D., F. Kogia, H. Koev. Increase of Accuracy of Measurements by Means of Adjustment of the Static Characteristic. International Scientific Conference „UNITECH'16”, book 3, pp. 258-263, November 2016, Gabrovo. ISSN 1313-230X.

5. Dichev, D., F. Kogia, H. Koev. Models for the Analysis of Static Characteristics of Measuring Instruments. 26<sup>th</sup> National Scientific Symposium with International Participation “Metrology and Metrology Assurance”, pp. 52-57, 2016, Sozopol. ISSN 1313-9126.

6. Kogia, F. Usage of statistical method for minimizing the error due to non-linearity of temperature measurements in bomb calorimeter. International Conference – SLIVEN'2019, may, 2019, Sliven, Bulgaria.

# INVESTIGATION AND IMPROVEMENT OF THE PRECISION CHARACTERISTICS FOR ENERGY CAPACITY MEASUREMENT DEVICES

**Fotini Grigorios Kogia**

## **Abstract**

Developed models for constituting the static characteristic of the measurement devices are presented in the dissertation thesis as they allow for substantial increase in the measurement precision through decreasing nonlinear error value as two conceptual models are used. First model is based on the condition that the error from nonlinearity does not exceed the preliminary determined maximum magnitude in the used measurement range. The second one is rooted in probability hypothesis which states that the approximation errors for the values of the measured quantity that are more probably to occur in the range of given measurements, should have lower rate in comparison with the more improbable ones. Five models are designed for investigating the specifics for the static characteristic based upon the factors that influence the occurrence of nonlinearity error.

New definitive notion is proposed for one of the main features in the theory of static measurements, namely the static measurement mode and which is constructed on the analysis of the developed mathematical models that define the measurement modes as well as their determining conditions.

The current work represents the results of the conducted experimental study and the performed analysis over the specifics of the nonlinearity error which all together prove the adequacy of the developed theoretical formulations, methods and models.

**Key words:** metrology; measurement devices; static characteristic; energy capacity measurement devices; static characteristic nonlinearity error; systematic measurement error; random measurement error.